

## 4 Fachwerke

Fachwerke sind Tragwerke, die aus gelenkig miteinander verbundenen Stäben bestehen. Die Gelenkpunkte, an denen die Stäbe eines Fachwerks zusammenstoßen, heißen Knoten. Bei den manuellen Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Stabkräfte geht man von folgenden Idealisierungen aus:

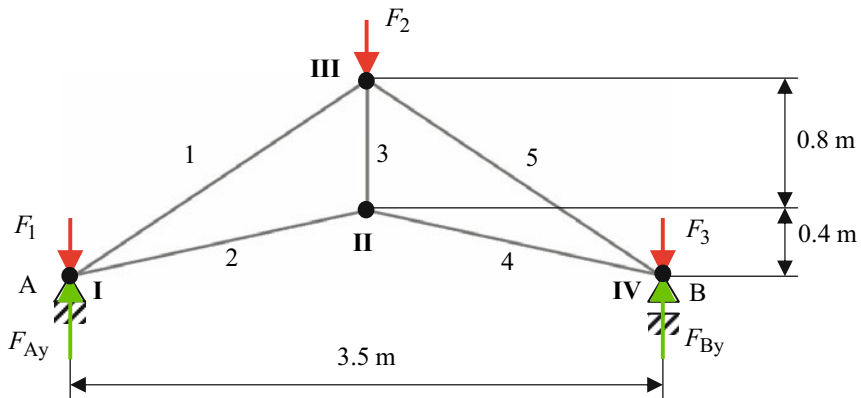
- Die Knoten bestehen aus reibungsfreien Gelenken. Der somit beidseitig gelenkig gelagerte Stab, kann nur eine Zug- bzw. Druckkraft übertragen und keine Momente.
- Das Fachwerk wird nur über die Knoten belastet.

Diese beiden Voraussetzungen sind praktisch aber nicht erfüllbar, weil die Stäbe in Knoten verschweißt oder verschraubt sind und weil die Stäbe ein Eigengewicht besitzen.

Die Untersuchung der Festigkeit und der Stabilität von Fachwerken ist ein Teilgebiet der Festigkeitslehre. Für die Stäbe eines Fachwerkes können beliebige Profile eingesetzt werden. Sie werden z. B. für Brücken, Kräne, Dachbinder und Gerüste eingesetzt. Ihr Vorteil ist der im Gegensatz zu Vollwandträgern geringere Materialaufwand und die leichtere Bauweise. Demgegenüber steht aber eine arbeitsintensivere Fertigung. In diesem Kapitel wird gezeigt, wie man mit *SolidWorks Simulation* die Stabkräfte eines ebenen Fachwerkes berechnen kann.

### 4.1 Beispiel Fachwerkberechnung

Das skizzierte Fachwerk wird durch die Kräfte  $F_1 = F_3 = 4 \text{ kN}$  und  $F_2 = 8 \text{ kN}$  belastet. Man berechne die Stabkräfte 1 bis 5 (mit Angabe von Druck- oder Zugkraft). Die Berechnungen sollen mit einer Simulation überprüft werden.



#### Lösung:

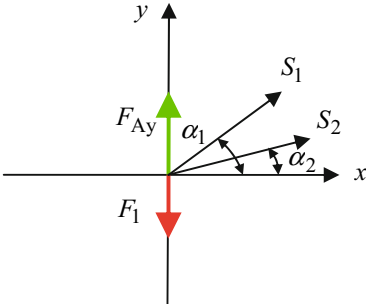
Zuerst müssen die Lagerkräfte berechnet werden. Das Festlager A wird nur vertikal belastet. Es reichen deshalb zwei Gleichgewichtsbedingungen, um  $F_{Ay}$  und  $F_{By}$  zu berechnen:

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} + F_{By} - F_1 - F_2 - F_3 \quad \sum M_A = 0 = F_{By} \cdot 3,5 \text{ m} - F_2 \cdot 1,75 \text{ m} - F_3 \cdot 3,5 \text{ m}$$

Man erhält für die Lagerkräfte  $F_{Ay} = F_{By} = 8 \text{ kN}$ .

Für die Berechnung der Stabkräfte wird das Knotenpunktverfahren angewendet. Im obigen Fachwerk gibt es die Knotenpunkte I – IV. An jedem Knoten wirkt ein zentrales Kräftesystem. Wir beginnen mit dem **Knoten I**. Die noch unbekanntenen Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$  zeichnen wir als

Zugkräfte ein (Annahme!). Dann stellen wir die Gleichgewichtsbedingungen auf und berechnen die beiden Stabkräfte. Zuerst müssen aber noch die Winkel bestimmt werden.



$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{1,2 \text{ m}}{1,75 \text{ m}}\right) = 34,4^\circ$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{0,4 \text{ m}}{1,75 \text{ m}}\right) = 12,9^\circ$$

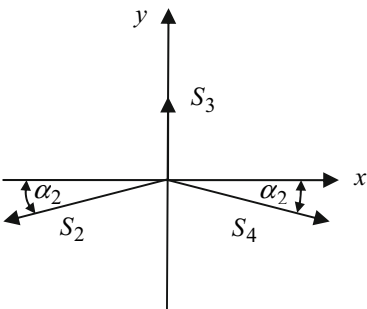
$$\sum F_x = 0 = S_1 \cdot \cos \alpha_1 + S_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} + S_1 \cdot \sin \alpha_1 + S_2 \cdot \sin \alpha_2 - F_1$$

Die Stabkräfte betragen  $S_1 = -10,61 \text{ kN}$  und  $S_2 = 8,98 \text{ kN}$ .

Das Minus bei der Stabkraft 1 deutet darauf hin, dass es sich hier um eine Druckkraft handelt.

**Knoten II:**



$$\sum F_x = 0 = S_4 \cdot \cos \alpha_2 - S_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$\sum F_y = 0 = S_3 - S_2 \cdot \sin \alpha_2 - S_4 \cdot \sin \alpha_2$$

$$S_3 = 4 \text{ kN} \text{ und } S_4 = 8,98 \text{ kN}$$

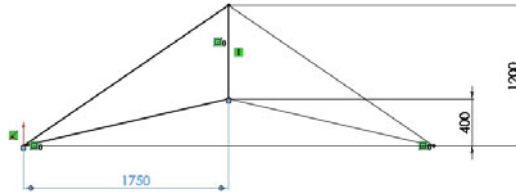
Aus Symmetriegründen ist die Stabkraft 5 gleich groß wie die Stabkraft 1.

Zusammenstellung der Stabkräfte:

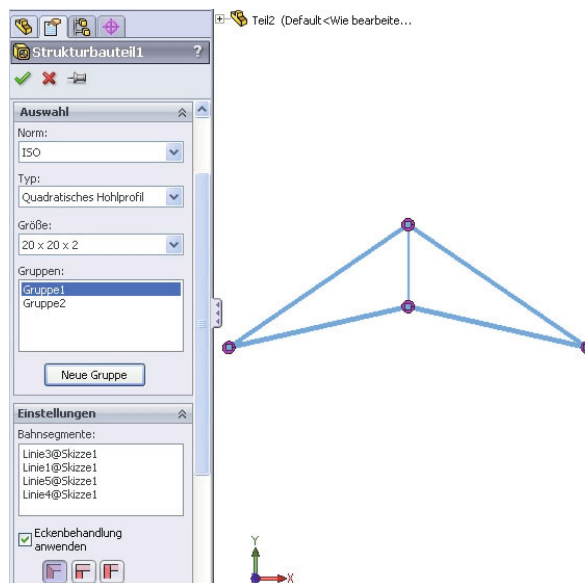
Stab	Zug [kN]	Druck [kN]
1		10,61
2	8,98	
3	4,00	
4	8,98	
5		10,61

Möchte man diese Aufgabenstellung mit einer Simulation überprüfen, muss man zuerst ein CAD-Modell des Fachwerkes erstellen. Es werden dann Balken- bzw. Stabelemente zur Vernetzung verwendet, um eine FEM-Analyse durchzuführen. Gehen Sie nun wie folgt vor:

1. Erstellen Sie mit SolidWorks ein neues Teil und speichern Sie es als **Fachwerk1.sldprt** ab.
2. Erstellen Sie auf der **Ebene vorne** eine neue Skizze mit den obigen Abmessungen.

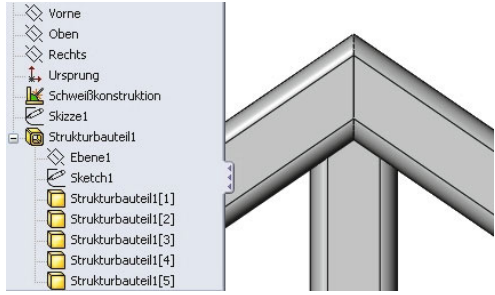


3. Um eine Studie erstellen zu können, muss ein Volumenkörper vorhanden sein. Fügen Sie ein Strukturbauteil ein. Wählen Sie zum Beispiel ein ISO-quadratisches Hohlprofil  $20 \times 20 \times 2$ . Sie müssen alle Linien der Skizze einzeln auswählen. Beginnen Sie links mit den Stäben 1-2-4-5. Wählen Sie dann **Neue Gruppe**. Dann können Sie auch noch Stab 3 wählen. Wählen Sie bei Eckenbehandlung auf Endgerung und bestätigen Sie.

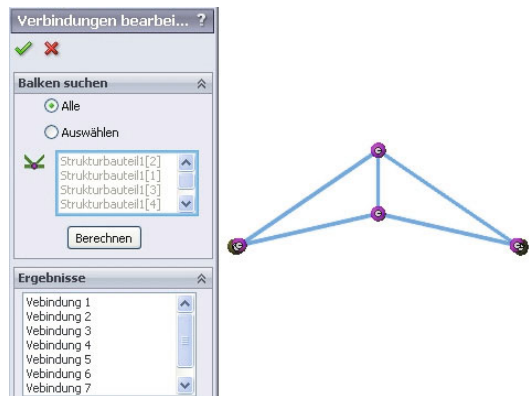


Das Fachwerk ist somit erstellt. Es handelt sich hier um ein so genanntes Mehrkörperteil (Strukturbauteil 1-5).

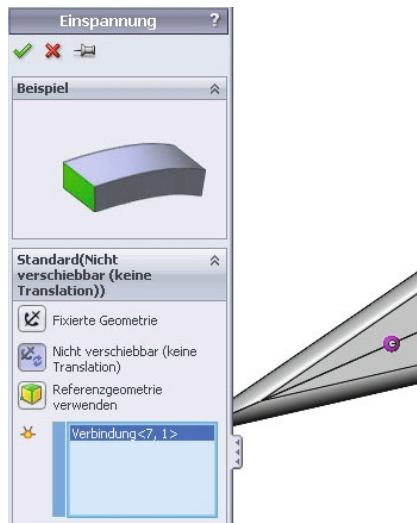
- Erstellen Sie eine neue Studie. Weisen Sie das Material *Unlegierter Baustahl* zu. Es wurden automatisch Balkenelemente für sämtliche Strukturbauteile gewählt. Diese Einstellung könnte mit Rechtsklick auf z. B. *Volumenkörper1* und wählen von *Als Volumenkörper behandeln...* wieder geändert werden. Doch für diese Simulation nehmen wir Balkenelemente.



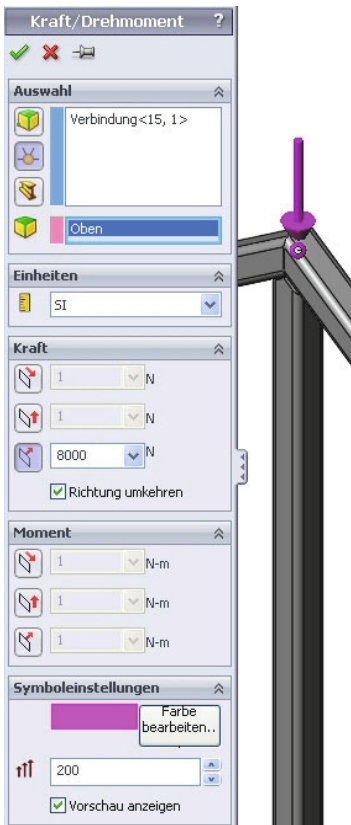
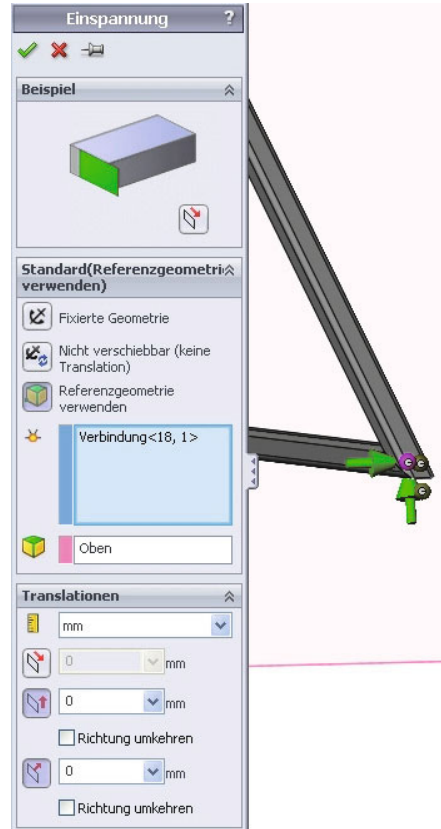
- Jetzt werden die Verbindungen zwischen den Balken definiert. Klicken Sie dazu mit Rechtsklick auf *Verbindungsgruppe-Bearbeiten*. Aktivieren Sie *Alle* und lassen dann berechnen. Bei den Ergebnissen sind alle aktivierten Verbindungen (Knoten) erstellt worden.



- Definieren Sie das Festlager A. Wählen sie dazu mit Rechtsklick auf *Einspannungen* und *Fixierte Geometrie*. Im Menü nehmen Sie die unten dargestellten Einstellungen vor.

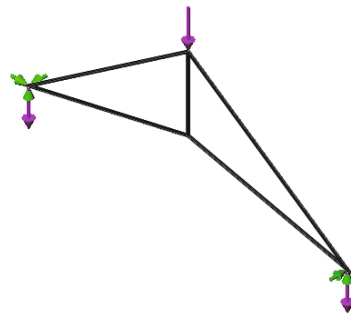


7. Definieren Sie das Loslager B. Wählen Sie dazu wieder mit Rechtsklick auf **Einspannungen** und **Fixierte Geometrie**. Aktivieren Sie im Menü **Referenzgeometrie verwenden**. Nach Wahl des Knotens für Lager B und der Ebene oben, setzen Sie die dargestellten Translationen auf Null. Natürlich kann man auch eine andere Ebene wählen. Es müssen nur die richtigen Translationen auf Null gesetzt werden. Das heißt: eine Verschiebung in x-Richtung muss auf jeden Fall möglich sein.
  
8. Nun zu den Lastdefinitionen. Mit Rechtsklick auf **Externe Lasten** und **Kraft** können Sie z. B. die Kraft  $F_2 = 8\text{ kN}$  am obersten Knoten definieren.

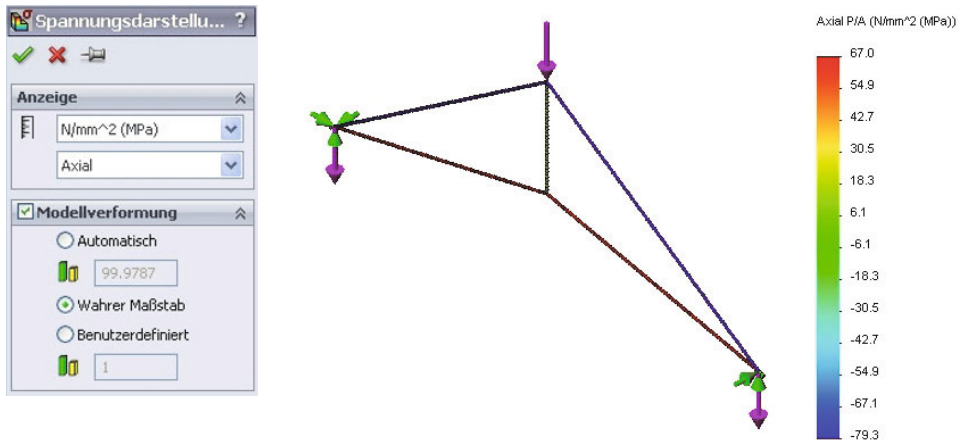


Dazu müssen Sie die links dargestellten Einstellungen vornehmen. Beachten Sie auch die Symboleinstellungen. Mit diesen kann man die Pfeilgröße und die Farbe der Pfeile verändern.

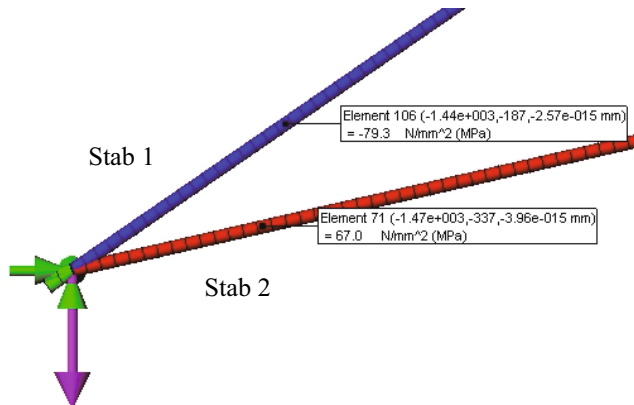
Für die anderen beiden Kräfte gehen Sie gleich vor. Wenn alle Randbedingungen (Lager und Lasten) definiert sind, sieht das Modell folgendermaßen aus:



9. Erstellen Sie das Netz und führen die Studie aus. Mit Rechtsklick auf **Spannung1** kann man unter **Definition bearbeiten** folgende Einstellungen vornehmen und als Ergebnis sieht man:



10. Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten, die Stabkräfte zu ermitteln. Für die erste Möglichkeit lassen Sie die **Spannung1** darstellen und **sondieren** die axialen Spannungswerte:



Die Querschnittsfläche des Profils beträgt 133,7 mm<sup>2</sup> (gemessen!). Aus dieser Fläche und den sondierten Spannungswerten können die Stabkräfte berechnet werden:

$$\text{Stab 1:} \quad S_1 = -79,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 133,7 \text{ mm}^2 = -10\,602 \text{ N}$$

(das Minus deutet auf Druckkraft hin)

$$\text{Stab 2:} \quad S_2 = 67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 133,7 \text{ mm}^2 = 8\,958 \text{ N (Zugkraft)}$$

Diese Werte stimmen gut mit den „von Hand“ berechneten Werten überein.

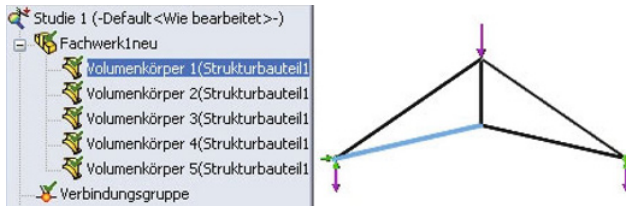
Eine andere Möglichkeit: Mit Rechtsklick auf **Ergebnisse** und **Balkenkräfte auflisten** wählen, Kräfte aktivieren und bestätigen. Es werden alle Kräfte für jeden Balken und jedes Element aufgelistet.

Kräfte auflisten

Studienname: Studie 1  
Einheiten: SI

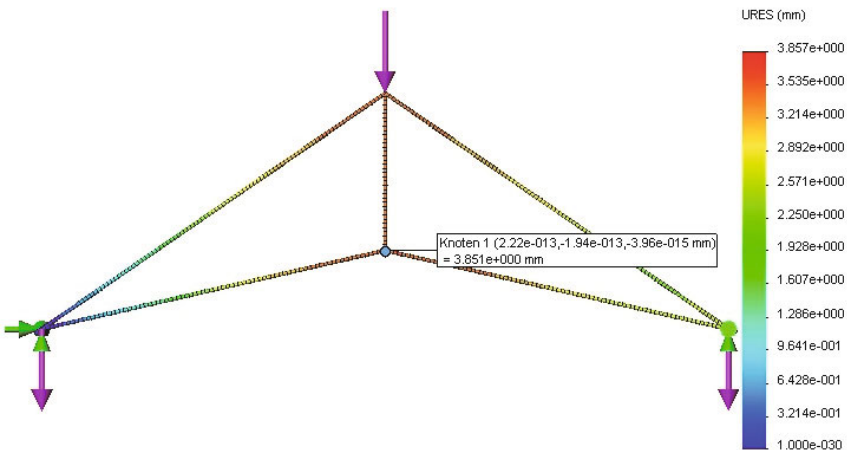
Balkenname	Element	Ende	Axial	Schub1	Schub2	M <sub>t</sub>
Balken-1[Strukturbauteil1[2]]	1	1	-8963.7	-9.2596e-007	-3.6102	
		2	8963.7	9.2596e-007	3.6102	
	2	1	-8963.7	-9.2584e-007	-3.6102	
		2	8963.7	9.2584e-007	3.6102	
	3	1	-8963.7	-7.5417e-007	-3.6101	
		2	8963.7	7.5417e-007	3.6101	
	4	1	-8963.7	-1.0932e-006	-3.6102	
		2	8963.7	1.0932e-006	3.6102	

Schließen    Speichern    Hilfe



Der Volumenkörper 1 entspricht dem Stab 2. Der Kräfteauflistung entnimmt man eine axiale Kraft 8 963,7 N. Auch dieser Wert stimmt gut mit dem anfangs berechneten Wert von  $S_2 = 8,98 \text{ kN}$  überein.

- Auch die Verformungen kann man einfach ablesen: Mit Rechtsklick auf **Verschiebung 1** und **Anzeigen** wählen ergibt diese Darstellung:

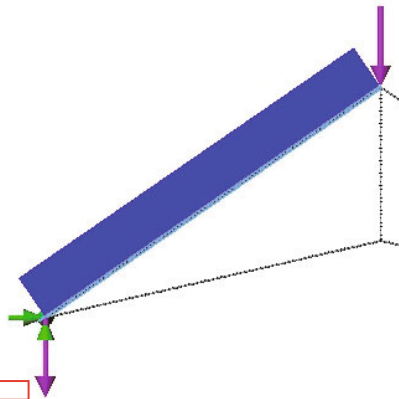
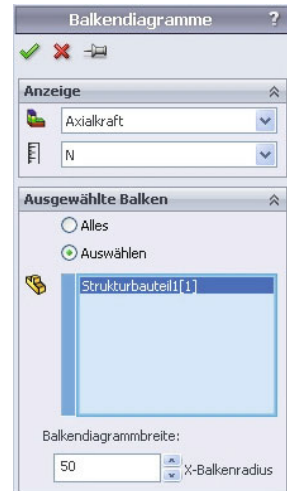


Beim sondierten Punkt ist z. B. mit einer Verformung von 3,85 mm zu rechnen.

12. Es können auch diverse Balkendiagramme für das ganze Fachwerk oder einzelne Stäbe dargestellt werden. Hier gibt es sogar eine weitere Möglichkeit, die Stabkräfte zu bestimmen:

Mit Rechtsklick auf **Ergebnisse** wählen Sie **Balkendiagramme definieren**. Wählen Sie **Axialkraft** und das **Strukturbauteil1**. Zeigen Sie **Schub-Moment-Darstellung (-Axialkraft-)** an und sondieren Sie den Stab 1.

Im Diagramm sieht man, dass die Axialkraft erwartungsgemäß über die gesamte Länge des Stabes 1 konstant bleibt. Und in der Zusammenfassung wird der Wert  $-10\,597\text{ N}$  als Minimum angegeben. Dies entspricht der Druckkraft im Stab 1. Auch hier eine gute Übereinstimmung.



13. Wenn Sie übrigens Informationen zur Vernetzung, wie z. B. die Anzahl Knoten wissen wollen, können Sie mit Rechtsklick auf **Ergebnisse** und **Solver-Meldung** wählen. So gibt es in diesem Fachwerk z. B. 412 Elemente.





## 4.2 Übung

Die oberen Knotenpunkte des dargestellten Fachwerkes werden mit je  $F = 6 \text{ kN}$  belastet, die Endknoten A und B mit je  $\frac{F}{2} = 3 \text{ kN}$ . Die Stäbe 1, 4, 8 und 11 sind gleich lang. Wie groß sind alle Stabkräfte? Vergleichen Sie die analytisch berechneten Werte mit den Simulationenwerten.

