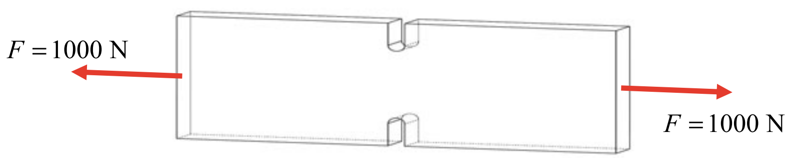
5 Beispiele zur Kerbwirkung

Kerben in Bauteilen führen zu erhöhten Spannungswerten. Typische Kerben an Bauteilen sind geometrische Übergänge, an denen Kräfte und Momente übertragen werden (z. B. Passfedernuten, Bohrungen, Gewinde und Absätze). Die gefährlichsten Kerben sind kleine Risse im Material, die durch Bearbeitungsfehler oder Korrosion entstehen. Materialfehler wie Lunker und nichtmetallische Einschlüsse wirken als innere Kerben. Anhand einfacher Beispiele werden die berechneten Spannungswerte (mit Kerbwirkungszahlen aus der Literatur) mit Spannungswerten der FEM-Simulation verglichen.

5.1 Flachstahl mit symmetrischer Rundkerbe

Der Flachstahl (S235) mit symmetrischer Rundkerbe wird statisch auf Zug belastet. Die Zugkraft beträgt $F = 1\,000$ N und die Abmessungen sind der Zeichnung auf der nächsten Seite zu entnehmen.

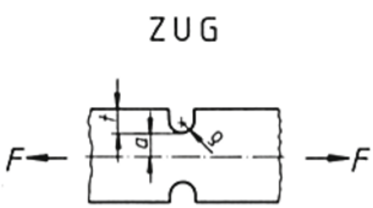


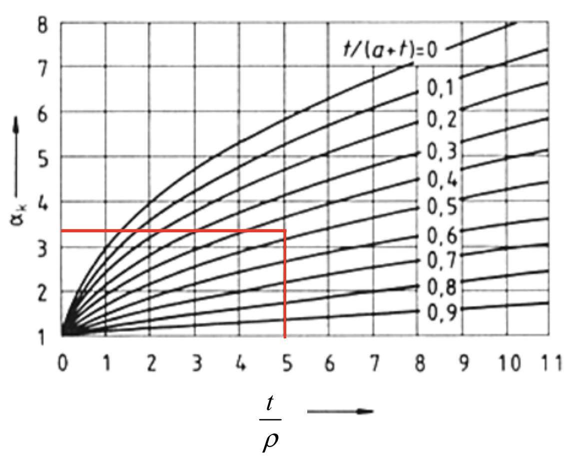
Es sollen die Nenn- und die Maximalspannung im gefährdeten Querschnitt berechnet werden.

Lösung:

Nennspannung: $$\sigma_n = \sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{1\,000\text{ N}}{5\text{ mm} \cdot 12\text{ mm}} = 16{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

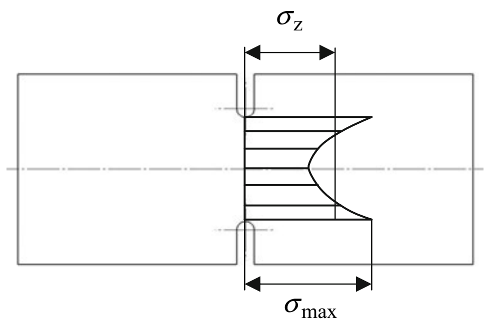
Formzahl [5] $$\alpha_k = 3{,}3\;\left(\frac{t}{a+t} = \frac{5}{6+5} = 0{,}45\,;\;\frac{t}{\rho} = \frac{5}{1} = 5\right)$$



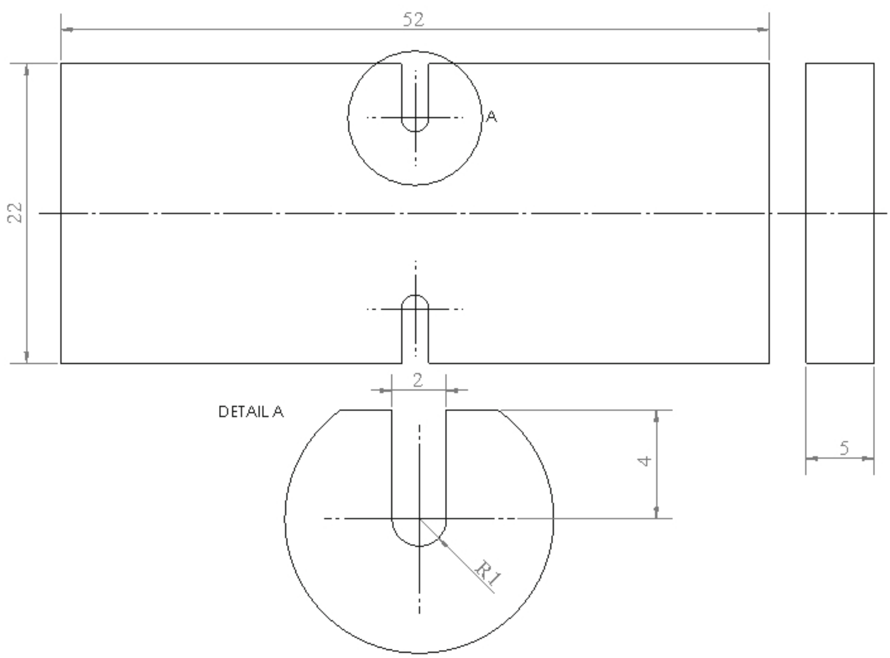


M. Brand, *Grundlagen FEM mit SolidWorks 2010*, DOI 10.1007/978-3-8348-9838-8_5,

Maximalspannung mit Kerbwirkung: $\sigma_{\text{max}} = \alpha_{\text{k}} \cdot \sigma_{\text{z}} = 3{,}3 \cdot 16{,}7 \,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 55 \,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

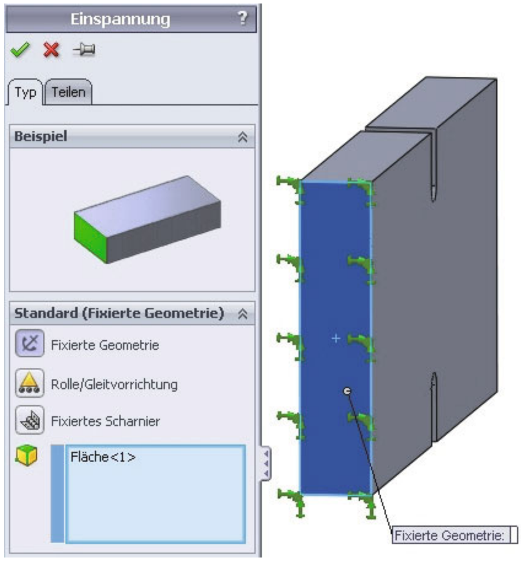


Hier die Zeichnung des Flachstahls mit der Rundkerbe:

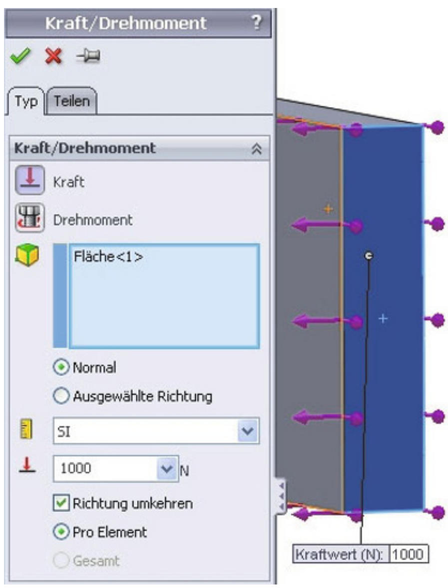


FEM-Analyse:

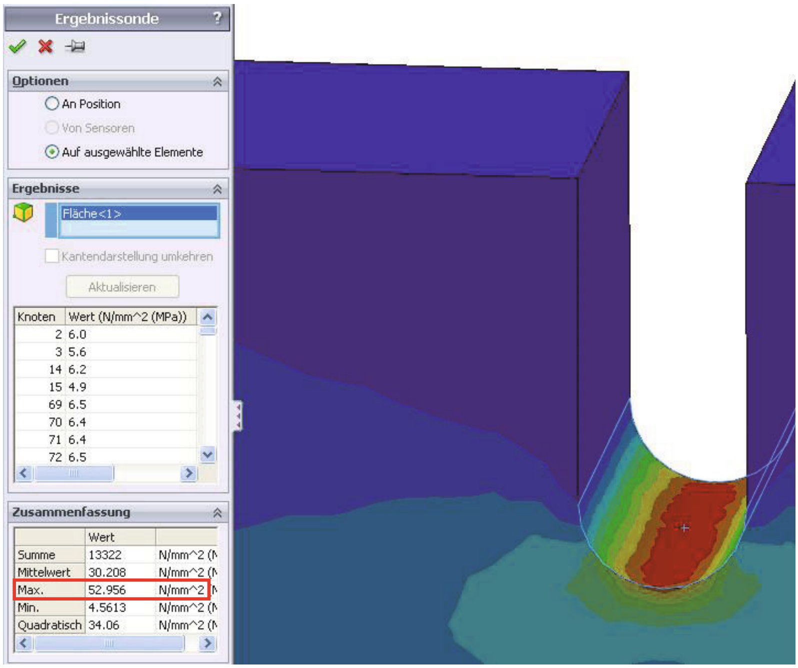
1. Öffnen Sie das Modell (Flachstahl mit symmetrischer Kerbe.sldprt) und erstellen Sie eine statische Studie.
2. Wählen Sie eine ***Fixierte Einspannung*** als Lagerung und wählen Sie die dargestellte Fläche an.



3. Bringen Sie die Last $F = 1\,000$ N an der gegenüberliegenden Fläche an.

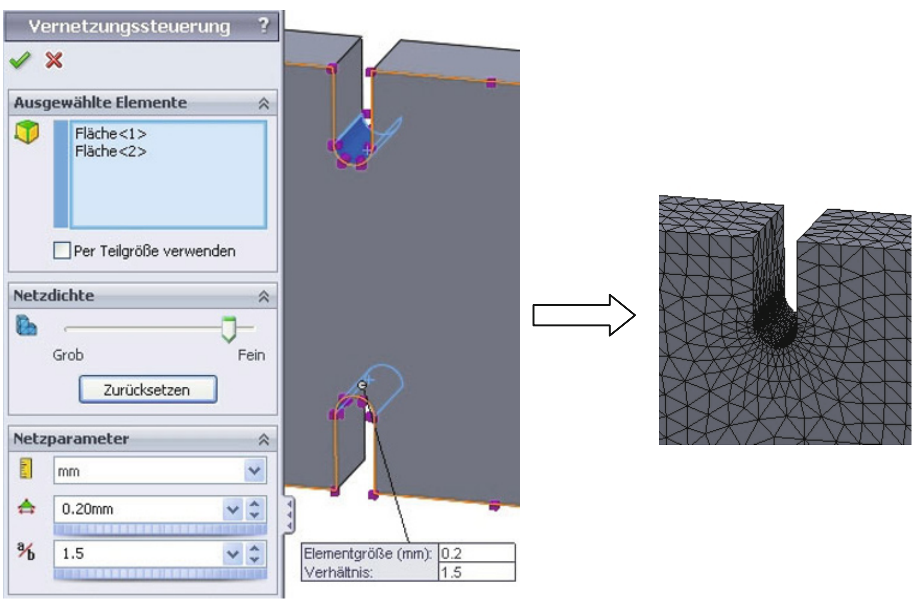


4. Vernetzen Sie mit einer Elementgröße von ca. 1 mm.
5. Führen Sie die Analyse durch und sondieren Sie die maximale Spannung im Kerbgrund.



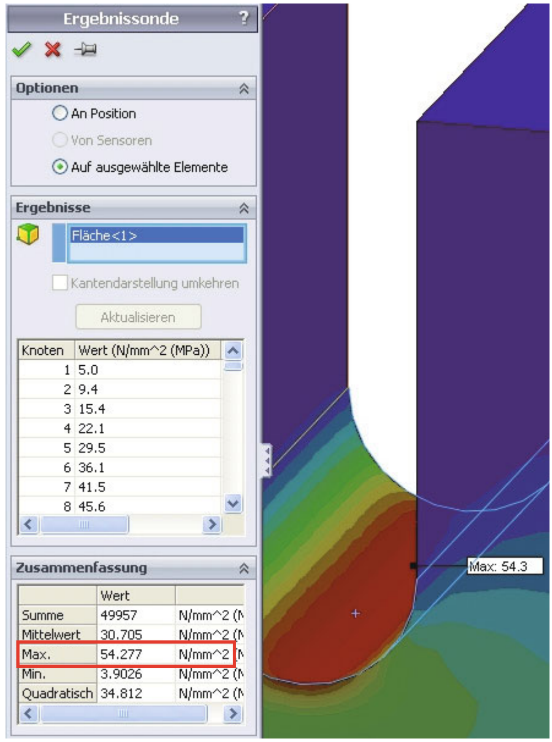
Die maximale Spannung beträgt $\sigma_{max} \approx 53 \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$.

6. Wenden Sie für den Kerbgrund eine Vernetzungssteuerung an und vernetzen Sie den Rest gleich wie vorher.



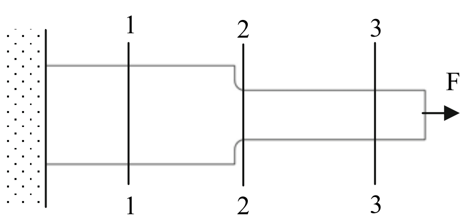
7. Führen Sie die Analyse erneut durch und bestimmen Sie die maximale Spannung.

Die maximale Spannung beträgt $\sigma_{\max} \approx 54{,}3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Dieser Wert stimmt mit dem oben berechneten Wert sehr gut überein. Sie können die Vernetzungssteuerung mit einer noch kleineren Elementgröße durchführen. Die maximalen Spannungswerte konvergieren gegen den Wert $\sigma_{\max} \approx 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$.



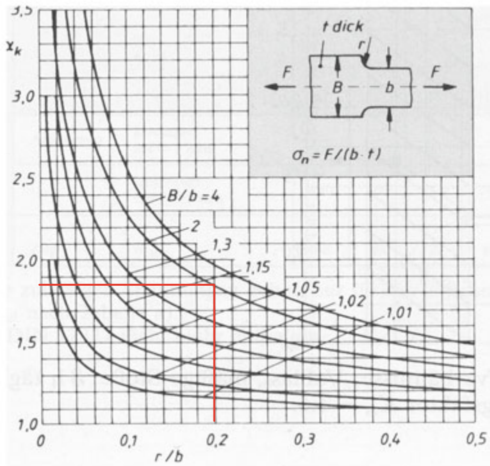
5.2 Symmetrisch abgesetzter Flachstab

Der Flachstab (S235) in der untenstehenden Zeichnung mit 1 mm Dicke wird statisch auf Zug belastet. Die Zugkraft beträgt $F = 10\,000$ N und die Abmessungen sind der Zeichnung ganz unten zu entnehmen.



Wie groß sind die Spannungen in den Schnitten 1-1, 2-2 und 3-3? Wie groß ist die maximale Verformung?

Lösung:



Schnitt 1-1:

$$\sigma_{z1} = \frac{F}{A} = \frac{10\,000\ \text{N}}{1\ \text{mm} \cdot 100\ \text{mm}} = 100\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Schnitt 2-2:

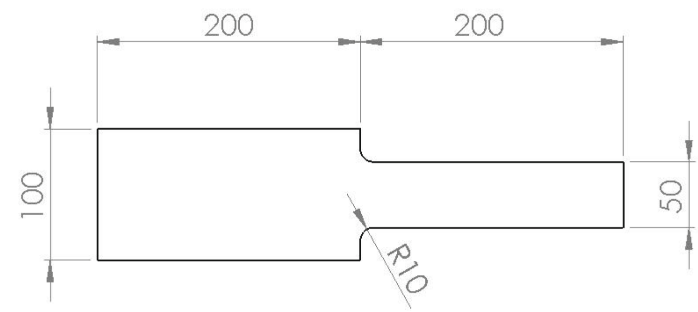
$$\sigma_{z2} = \alpha_\text{k} \cdot \sigma_{z3} = 1{,}85 \cdot 200\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 370\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\alpha_k = 1{,}85$$

$$\left(\frac{r}{b} = \frac{10\ \text{mm}}{50\ \text{mm}} = 0{,}2 \quad \frac{B}{b} = \frac{100\ \text{mm}}{50\ \text{mm}} = 2\right)$$

Schnitt 3-3:

$$\sigma_{z3} = \frac{F}{A} = \frac{10\,000\ \text{N}}{1\ \text{mm} \cdot 50\ \text{mm}} = 200\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



Die maximale Verformung wird überschlägig berechnet. Der Radius 10 mm wird vernachlässigt:

Grundformel: $$F = E \cdot \varepsilon \cdot A = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \cdot A$$

Für die erste Hälfte gilt: $$10\,000\ \text{N} = 210\,000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\Delta l_1}{200\ \text{mm}} \cdot 100\ \text{mm}^2 \quad (1)$$

Für die zweite Hälfte gilt: $$10\,000\ \text{N} = 210\,000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\Delta l_2}{200\ \text{mm}} \cdot 50\ \text{mm}^2 \quad (2)$$

Aus diesen Gleichungen (1) und (2) erhält man: $$\Delta l_1 = 0{,}0952\ \text{mm}$$

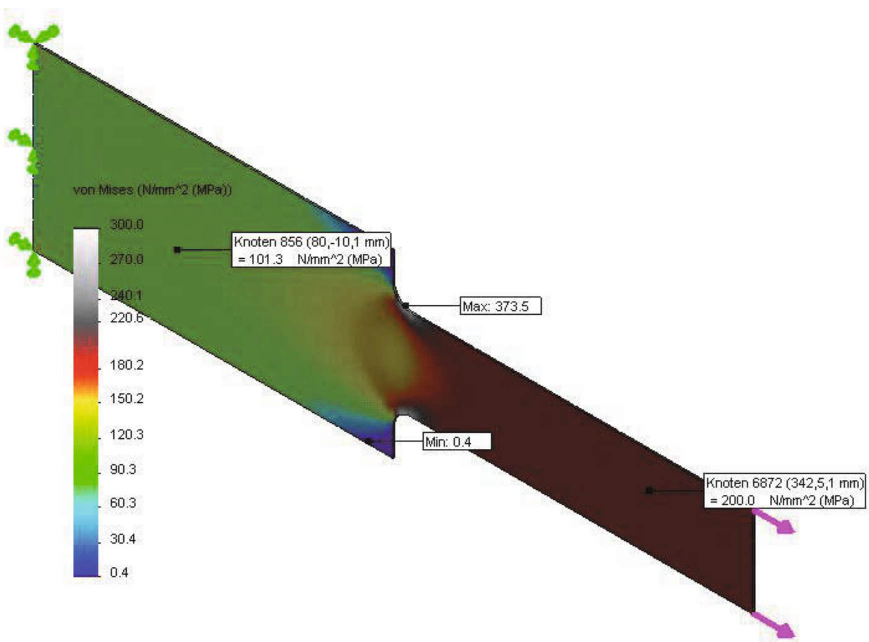
$$\Delta l_2 = 0{,}1905\ \text{mm}$$

Die Gesamtverlängerung wird: $$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0{,}0952\ \text{mm} + 0{,}1905\ \text{mm} = 0{,}2857\ \text{mm}$$

Für die folgende FEM-Analyse verwenden wir zwei verschiedene Elementtypen. Zuerst die tetraedischen Volumenkörper und dann die Schalenelemente (beide 2. Ordnung). Es sollen die Rechenzeit und die entstehende Datenmenge verglichen werden.

FEM-Analyse (Tetraedische Volumenkörper):

1. Öffnen Sie das Modell (symmetrisch abgesetzter Flachstahl.sldprt) und erstellen Sie eine statische Studie.
2. Wählen Sie eine ***Fixierte Einspannung*** als Lagerung und wählen Sie die dargestellte Fläche an.
3. Bringen Sie die Last $F = 10\,000$ N an der gegenüberliegenden Fläche an.
4. Wenden Sie das Material an (unlegierter Baustahl).
5. Vernetzen Sie mit einer Elementgröße von ca. 5 mm.
6. Führen Sie die Analyse durch und sondieren Sie die Spannungen im Schnitt 1-1 bis Schnitt 3-3.



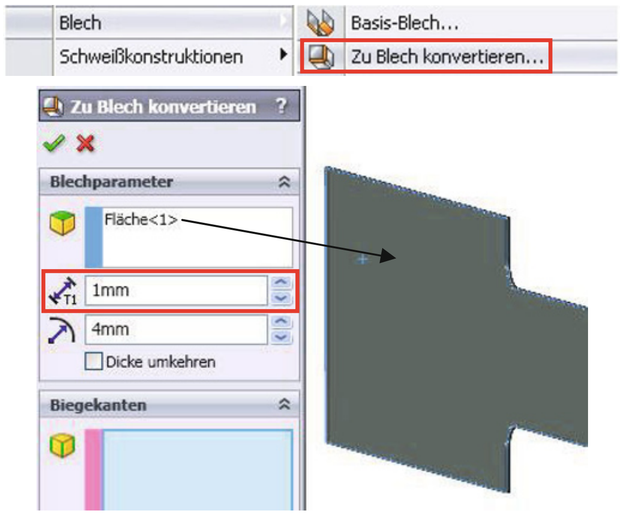
Interpretation der Ergebnisse:

Die Spannung im Schnitt 1-1 beträgt $\sigma_{z1} \approx 101{,}3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Im Schnitt 2-2 beträgt sie $\sigma_{z2} \approx 373{,}5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ und im Schnitt 3-3 $\sigma_{z3} \approx 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Diese Werte stimmen mit den oben berechneten gut überein, weshalb wir auf eine feinere Vernetzung oder auf eine Vernetzungssteuerung verzichten.

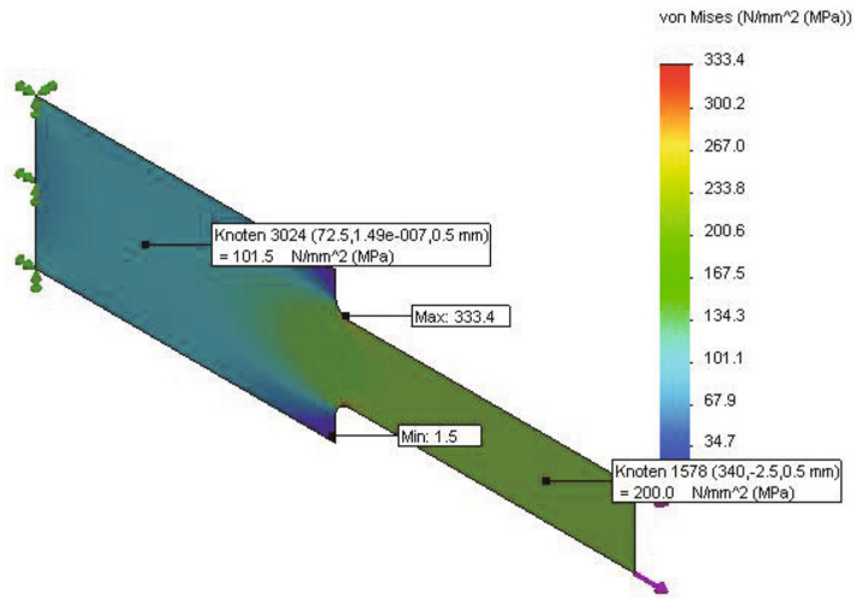
Aus der Verformungsdarstellung sieht man die maximale Verschiebung von $0{,}294$ mm. Der berechnete Wert beträgt $0{,}286$ mm.

FEM-Analyse (Schalenelemente):

1. Um die Schalenelemente zu verwenden, muss es sich um eine Oberfläche oder ein Blechteil handeln. Hier wandeln wir zuerst das Teil in ein Blech um. Wählen Sie dazu ***Einfügen – Blech – Zu Blech konvertieren***.



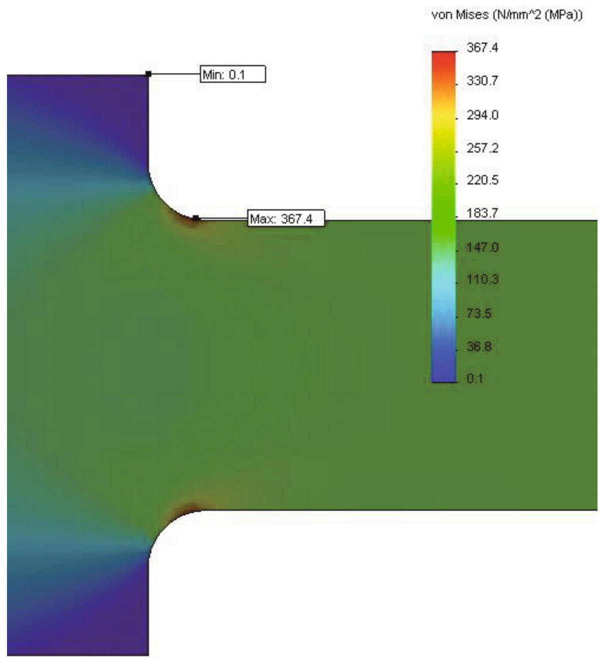
2. Erstellen Sie eine statische Studie.
3. Wählen Sie eine ***Fixierte Einspannung*** als Lagerung und wählen Sie die linke Fläche an.
4. Bringen Sie die Last $F = 10\,000$ N an der gegenüberliegenden Fläche an.
5. Wenden Sie das Material ***Unlegierter Baustahl*** an.
6. Wählen Sie mit Rechtsklick ***Definition bearbeiten***.
7. Wählen Sie bei der Schalendefinition dünn, da das Breite-Dicke-Verhältnis größer ist als 20 ($\dfrac{50\text{ mm}}{1\text{ mm}} = 50$).
8. Vernetzen Sie mit einer Elementgröße von ca. 5 mm.
9. Führen Sie die Analyse durch und sondieren Sie die Spannungen im Schnitt 1-1 bis Schnitt 3-3.



Interpretation der Ergebnisse:

Die Spannungen in den Schnitten 1-1 und 3-3 sind gleich groß wie oben. Bei der Spannung im Schnitt 2-2 ergibt sich eine Spannung von $\sigma_{z2} \approx 333{,}4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Führen Sie die Analyse mit einer Elementgröße von 3 mm nochmals durch. Sie werden eine Spannung $\sigma_{z2} \approx 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ erhalten. Erst bei einer Elementgröße von 2 mm erhält man eine etwa gleich große Kerbspannung $\sigma_{z2} \approx 367{,}4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$.

Die simulierte Verformung beträgt ebenso 0,294 mm.



Die Rechenzeit und Datenmenge bei den Schalenelementen ist grundsätzlich bedeutend kleiner als bei den Volumenkörpern.

Wenn man im obigen Bespiel aber auf die gleiche Kerbspannung mit Schalenelementen kommen möchte, muss man eine sehr feine Vernetzung wählen. Mit der gewählten Elementgröße von 2 mm wird dann aber sowohl die Rechenzeit, wie auch die Datenmenge mehr als doppelt so groß.

Knoten und Elemente werden durch den automatischen Netzgenerator auf die ausgewählte Fläche gelegt. In kritischen Modellbereichen sollte die Netzdichte auf jeden Fall größer sein als in Bereichen gleichmäßiger Spannungsverteilung.

5.3 Übung

Der unten dargestellte Rundstab wir mit der Kraft $F = 200$ kN auf Zug belastet. Bestimmen Sie die Kerbspannung analytisch und mit einer Simulation.