

DIN 18800-4

**DIN**

ICS 91.010.30; 91.080.10

Ersatz für  
DIN 18800-4:1990-11**Stahlbauten –  
Teil 4: Stabilitätsfälle –  
Schalenbeulen**Steel structure –  
Part 4: Stability –  
Analysis of safety against buckling of shellsConstructions métalliques –  
Partie 4: Stabilité –  
Voilement des coques

Gesamtumfang 51 Seiten

Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN



# Inhalt

	Seite
<b>Vorwort</b> .....	<b>3</b>
<b>1 Allgemeine Angaben</b> .....	<b>4</b>
1.1 Anwendungsbereich .....	4
1.2 Normative Verweisungen .....	4
1.3 Begriffe .....	5
1.4 Häufig verwendete Formelzeichen.....	6
1.5 Grundsätzliches zum Beulsicherheitsnachweis .....	8
<b>2 Vorgehen beim Beulsicherheitsnachweis</b> .....	<b>8</b>
<b>3 Herstellungsungenauigkeiten</b> .....	<b>12</b>
<b>4 Kreiszylinderschalen mit konstanter Wanddicke</b> .....	<b>15</b>
4.1 Formelzeichen, Randbedingungen .....	15
4.2 Ideale Beulspannung.....	19
4.2.1 Druckbeanspruchung in Axialrichtung .....	19
4.2.2 Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung .....	22
4.2.3 Schubbeanspruchung .....	23
4.3 Reale Beulspannung .....	24
4.4 Spannungen infolge Einwirkungen.....	25
4.5 Kombinierte Beanspruchung .....	27
4.5.1 Druck in Axialrichtung, Druck in Umfangsrichtung und Schub .....	27
4.5.2 Druck in Axialrichtung und Zug in Umfangsrichtung aus innerem Manteldruck .....	29
<b>5 Kreiszylinderschalen mit abgestufter Wanddicke</b> .....	<b>30</b>
5.1 Formelzeichen, Randbedingungen .....	30
5.2 Planmäßiger Versatz .....	31
5.3 Ideale Beulspannung.....	32
5.3.1 Druckbeanspruchung in Axialrichtung .....	32
5.3.2 Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung .....	32
5.4 Reale Beulspannung .....	35
5.5 Spannungen infolge Einwirkungen.....	36
5.6 Kombinierte Beanspruchung .....	37
5.6.1 Druck in Axialrichtung und Druck in Umfangsrichtung .....	37
5.6.2 Druck in Axialrichtung und Zug in Umfangsrichtung aus innerem Manteldruck .....	38
<b>6 Kegelschalen mit konstanter Wanddicke</b> .....	<b>38</b>
6.1 Formelzeichen, Randbedingungen .....	38
6.2 Ideale Beulspannung.....	41
6.2.1 Ersatz-Kreiszylinder .....	41
6.2.2 Druckbeanspruchung in Meridianrichtung .....	42
6.2.3 Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung .....	42
6.2.4 Schubbeanspruchung.....	43
6.3 Reale Beulspannung .....	43
6.4 Spannungen infolge Einwirkungen.....	44
6.5 Kombinierte Beanspruchung .....	46
6.5.1 Druck in Meridianrichtung, Druck in Umfangsrichtung und Schub .....	46
6.5.2 Druck in Meridianrichtung und Zug in Umfangsrichtung aus innerem Manteldruck .....	47
<b>7 Kugelschalen mit konstanter Wanddicke</b> .....	<b>47</b>
7.1 Formelzeichen, Randbedingungen .....	47
7.2 Ideale Beulspannung.....	49
7.3 Reale Beulspannung .....	50
7.4 Spannungen infolge Einwirkungen.....	50
7.5 Kombinierte Beanspruchung .....	50
<b>Literaturhinweise</b> .....	<b>51</b>

## Vorwort

Diese Norm wurde vom Normenausschuss Bauwesen (NABau), NA 005-08-16 AA „Tragwerksbemessung“ erarbeitet. Sie enthält die vom Arbeitsausschuss verabschiedeten Änderungen aus dem Entwurf der DIN 18800-4/A1:2007-06. Die Änderungen zu DIN 18800-4:1990-11 sind mit einem senkrechten Strich am linken Seitenrand gekennzeichnet.

In DIN 18800-4:1990-11 wurde neben der üblichen, allgemein bekannten Gliederung in Abschnitte und Unterabschnitte der gesamte Text in überschaubare, (abschnittsweise) durchgehend benummerte, so genannte „Elemente“ gegliedert, deren jedes eine in sich geschlossene Aussage enthält und damit auch bei Übernahme in eine andere Norm verständlich bleibt. Durch die Anpassung der Norm an die derzeit gültigen Gestaltungsregeln nach DIN 820-2 musste die Reihenfolge einiger Abschnitte verändert werden. Zum Beispiel befinden sich die Normativen Verweisungen jetzt in Abschnitt 2 und nicht mehr am Ende der Norm. Dadurch passen die Elementnummerierungen nicht mehr zu den Abschnittsnummern. Da sich die Fachwelt an die Elementnummern gewöhnt hat, wurden diese beibehalten und nicht an die neue Abschnittsnummerierung angepasst.

## Änderungen

Gegenüber DIN 18800-4:1990-11 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) Anpassung an Nachfolgenormen von zurückgezogenen Normen und Aktualisierung der in der Norm zitierten normativen Verweisungen;
- b) Übernahme der Regelungen der 3. Auflage der Anpassungsrichtlinie Stahlbau (Oktober 1998) und der Änderungen und Ergänzungen der Anpassungsrichtlinie Stahlbau (Dezember 2001);
- c) Aktualisierung der Stahlsorten.

## Frühere Ausgaben

DIN 18800-4: 1990-11

## 1 Allgemeine Angaben

### 1.1 Anwendungsbereich

#### (101) Geltungsbereich

Diese Norm gilt für Schalenkonstruktionen aus Stahl. Sie ist stets zusammen mit DIN 18800-1 anzuwenden.

**ANMERKUNG** Bei Berücksichtigung der entsprechenden Zahlenwerte für die Werkstoffkenngrößen können die Regelungen dieser Norm auch für Stahl bei anderen als in DIN 18800-1 angegebenen Temperaturen und für Schalen aus anderen Metallen verwendet werden. Dabei ist gegebenenfalls zu berücksichtigen, dass in dieser Norm in den Gleichungen für die ideale Beulspannung die Querkontraktionszahl mit  $\mu = 0,3$  eingesetzt wurde.

#### (102) Tragsicherheitsnachweis

Diese Norm regelt den Tragsicherheitsnachweis für den Grenzzustand Instabilität von unverteiften Kreiszyylinder-, Kegel- und Kugelschalen bei vorwiegend ruhender Belastung. Dieser Nachweis wird als Beulsicherheitsnachweis bezeichnet.

Diese Norm darf bei entsprechender Berücksichtigung der Randbedingungen auch für kreiszylindrische, kegelförmige oder kugelförmige Schalenteile, Teilfelder versteifter Schalen und Abschnitte zusammengesetzter Schalen angewendet werden.

**ANMERKUNG 1** Unter „entsprechender Berücksichtigung der Randbedingungen“ ist beispielsweise für kreiszylindrische Schalenteile, Teilfelder oder Schalenabschnitte bei Verwendung der in dieser Norm angegebenen Gleichungen für die ideale Beulspannung zu verstehen, dass ihre in Umfangsrichtung verlaufenden Ränder (Querränder) hinreichend genau als radial unverschieblich eingestuft werden können.

**ANMERKUNG 2** Für den Beulsicherheitsnachweis versteifter Schalen gegen globales Beulen, d. h. für den Tragsicherheitsnachweis ihrer Steifen, werden z. B. in [1] Hinweise gegeben.

### 1.2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

DIN 18800-1:2008-11, *Stahlbauten — Teil 1: Bemessung und Konstruktion*

DIN 18800-2, *Stahlbauten — Teil 2: Stabilitätsfälle — Knicken von Stäben und Stabwerken*

DIN 18800-3, *Stahlbauten — Teil 3: Stabilitätsfälle — Plattenbeulen*

DIN EN 10204, *Metallische Erzeugnisse — Arten von Prüfbescheinigungen*

KTA 3401.2<sup>1)</sup>, *Reaktorsicherheitsbehälter aus Stahl — Teil 2: Auslegung, Konstruktion und Berechnung*

---

1) Zu beziehen bei: Carl Heymanns Verlag KG, Luxemburger Straße 440, 50939 Köln.

### 1.3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die folgenden Begriffe.

#### 1.3.1

##### **(103) Ideale Beullast**

Die ideale Beullast ist die unter den idealisierenden Voraussetzungen

- perfekte Geometrie,
- perfekte Lasteinbringung und Lagerung,
- unbeschränkte Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes,
- ideal isotroper Werkstoff,
- keine Eigenspannungen,

nach der Elastizitätstheorie ermittelte kleinste Verzweigungslast.

#### 1.3.2

##### **(104) Ideale Beulspannung**

Die ideale Beulspannung ist die zur idealen Beullast gehörende Membranspannung.

#### 1.3.3

##### **(105) Reale Beulspannung**

Die reale Beulspannung ist die zur Erfassung der baupraktisch unvermeidbaren Einflüsse

- geometrische Imperfektionen,
- strukturelle Imperfektionen, sowie des
- nichtelastischen Werkstoffverhaltens

gegenüber der idealen Beulspannung abgeminderte Membranspannung. Sie entspricht dem charakteristischen Wert des Widerstandes im Grenzzustand Instabilität im Sinne von DIN 18800-1.

ANMERKUNG 1 Geometrische Imperfektionen sind herstellungsbedingte Abweichungen von der geometrischen Sollform (z. B. Vorbeulen, Unrundheiten, Schrumpfknicke an Schweißnähten, Exzentrizitäten an Stoßstellen).

ANMERKUNG 2 Strukturelle Imperfektionen sind z. B. Walz- und Schweiß Eigenspannungen sowie die Inhomogenität und Anisotropie von Werkstoffeigenschaften.

ANMERKUNG 3 Nichtelastisches Werkstoffverhalten kann entweder ähnlich einer ideal-plastischen Spannungsdehnungslinie (ausgeprägte Streckgrenze vorhanden) oder einer verfestigend-plastischen Spannungsdehnungslinie (0,2 %-Dehngrenze als Streckgrenze) vorliegen. Es hat in der Regel keinen signifikanten Einfluss auf die reale Beulspannung, wenn diese kleiner als 40 % der Streckgrenze ist.

#### 1.3.4

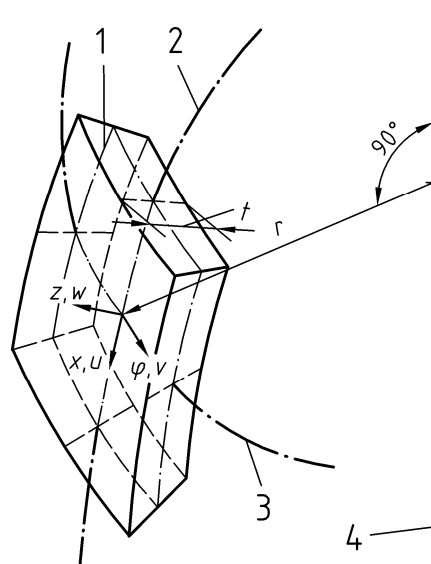
##### **(106) Grenzbeulspannung**

Die Grenzbeulspannung ist der Bemessungswert der realen Beulspannung. Man erhält sie durch Abminderung der realen Beulspannung mit dem Teilsicherheitsbeiwert des Widerstandes.

## 1.4 Häufig verwendete Formelzeichen

### (107) Geometrische Größen

$t$	Wanddicke;
$r$	Breitenkreisradius der Schalenmittelfläche;
$d = 2r$	Breitenkreisdurchmesser der Schalenmittelfläche;
$R$	Radius der Kugelmittelfläche;
$e_V$	planmäßiger Versatz der Schalenmittelflächen;
$l_{mK}, l_{mX}, l_{m\varphi}$	Messlängen zur Ermittlung von Herstellungsungenauigkeiten;
$t_V$	Tiefe von Vorbeulen (Vorbeultiefe);
$U$	Unrundheit;
$e$	unplanmäßige Exzentrizität;
$x, \varphi$	Koordinaten in der Schalenmittelfläche in Meridianrichtung (Richtung der Erzeugenden, bei Kreiszyllindern identisch mit Axialrichtung) und in Umfangsrichtung;
$z$	Koordinate rechtwinklig zur Schalenmittelfläche;
$u, v, w$	Verschiebungen in den Koordinatenrichtungen $x, \varphi, z$ .



#### Legende

- 1 Schalenmittelfläche
- 2 Meridian
- 3 Breitenkreis
- 4 Rotationsachse

**Bild 1 — Geometrische Größen**

ANMERKUNG Weitere Formelzeichen, die jeweils den speziellen Schalentyp betreffen, stehen am Beginn der Abschnitte 4 bis 7.

**(108) Physikalische Kenngrößen, Festigkeiten**

$E$  Elastizitätsmodul;

$f_y$  Streckgrenze.

ANMERKUNG Für die Zahlenwerte von  $E$  und  $f_{y,k}$  siehe DIN 18800-1:2008-11, Tabelle 1.

**(109) Nebenzeichen**

Index R Widerstandsgröße;

Index k charakteristischer Wert einer Größe;

Index d Bemessungswert einer Größe.

ANMERKUNG Die Begriffe „Widerstand“, „charakteristischer Wert“ und „Bemessungswert“ sind in DIN 18800-1:2008-11, 3.1, definiert.

**(110) Lastgrößen, Beanspruchungsgrößen**

$q$  Flächenlast rechtwinklig zur Schalenmittelfläche, als Druck von außen oder Sog von innen positiv;

$p$  Linienlast oder Flächenlast in Schalenmittelfläche in Axial- oder Meridianrichtung;

$s$  Linienlast in Schalenmittelfläche in Umfangsrichtung;

$n_x, n_\varphi, n_{x\varphi}$  Membranschnittkräfte;

$\sigma_x, \sigma_\varphi$  Membrannormalspannungen, als Druck positiv;

$\tau$  Membranschubspannungen.

**(111) Systemwerte**

$\sigma_{xSi}, \sigma_{\varphi Si}, \tau_{Si}$  ideale Beulspannungen;

$\sigma_{xS,R,k}, \sigma_{\varphi S,R,k}, \tau_{S,R,k}$  reale Beulspannungen;

$\bar{\lambda}_S$  bezogener Schalenschlankheitsgrad;

$\kappa$  Abminderungsfaktor (bezogene reale Beulspannung) =  $\frac{\text{reale Beulspannung}}{\text{Streckgrenze}}$ .

ANMERKUNG Der Index S kennzeichnet hier (im Gegensatz zu DIN 18800-1) das Schalenbeulen.

**(112) Teilsicherheitsbeiwerte**

$\gamma_M$  Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand;

$\gamma_F$  Teilsicherheitsbeiwert für die Einwirkungen.

ANMERKUNG 1 Die Zahlenwerte von  $\gamma_M$  sind Abschnitt 2, Element 206, zu entnehmen.

ANMERKUNG 2 Die Zahlenwerte für  $\gamma_F$  sind DIN 18800-1 zu entnehmen.

## 1.5 Grundsätzliches zum Beulsicherheitsnachweis

### (113) Erforderlicher Nachweis

Für Schalenkonstruktionen aus Stahl ist außer den Nachweisen nach DIN 18800-1 ein Beulsicherheitsnachweis nach dieser Norm zu führen. Es ist nachzuweisen, dass die mit den Bemessungswerten der Einwirkungen ermittelte maßgebende Membranspannung die entsprechende Grenzbeulspannung nicht überschreitet.

ANMERKUNG 1 Die Regeln zur Berechnung der Bemessungswerte der Einwirkungen stehen in DIN 18800-1:2008-11, Abschnitte 7.2.1 und 7.2.2.

ANMERKUNG 2 DIN 18800-1 enthält keine speziellen Angaben für den Tragsicherheitsnachweis in Schalenkonstruktionen. Inwieweit im Vergleichsspannungsnachweis nach DIN 18800-1:2008-11, 7.5.2, Element 747, neben den in jedem Falle zu berücksichtigenden Membranspannungen auch Biegespannungen berücksichtigt werden müssen, hängt davon ab, ob sie für das Gleichgewicht erforderlich oder nicht erforderlich sind und ob sie einmalig oder wiederholt auftreten. Die einschlägigen Fachnormen enthalten zum Teil Hinweise hierzu. Hinweise zu sogenannten „Spannungskategorien“ werden z. B. in der KTA-Regel 3401.2, Fassung 6/85, gegeben.

### (114) Ermittlung der realen Beulspannung

Die reale Beulspannung ist nach den Regeln der folgenden Abschnitte zu ermitteln. Dies setzt voraus, dass die für die einzelnen Schalenformen angegebenen Randbedingungen vorliegen und die Toleranzwerte für die Herstellungsungenauigkeiten nach Abschnitt 3 eingehalten werden. Der beullastabmindernde Einfluss von baupraktisch unvermeidlichen Unebenheiten der Auflagerung ist erfasst, der von ungleichmäßigen Nachgiebigkeiten der Auflagerung oder Bodensetzungen dagegen im Allgemeinen noch nicht.

### (115) Ebene Platten als Näherung

Der Beulsicherheitsnachweis für Schalenkonstruktionen darf vereinfachend wie für ebene Platten unter Vernachlässigung der Krümmung, aber mit Beibehaltung der Lagerungsbedingungen und der für die Schale berechneten Membranschnittkräfte, geführt werden.

Die entsprechenden Nachweise enthält DIN 18800-3.

## 2 Vorgehen beim Beulsicherheitsnachweis

### (201) Ideale Beulspannungen

Es sind die idealen Beulspannungen  $\sigma_{xSi}$ ,  $\sigma_{\varphi Si}$  und  $\tau_{Si}$  mit den in den Abschnitten 4 bis 7 angegebenen Gleichungen zu ermitteln.

Die idealen Beulspannungen dürfen auch durch geeignete Berechnungsverfahren (z. B. Finite-Element-Methode) ermittelt werden, sofern sichergestellt ist, dass diese die kritischen Beulmuster (d. h. die zum niedrigsten Eigenwert führenden Eigenformen) zuverlässig auffinden.

ANMERKUNG Die in den Abschnitten 4 bis 7 angegebenen Gleichungen für die idealen Beulspannungen wurden überwiegend mit der klassischen linearen Beultheorie ermittelt. Berechnungen, die den zur Gleichgewichtsverzweigung führenden Beanspruchungszustand der perfekten Schale (Vorbeulzustand) genauer erfassen, können auch kleinere ideale Beulspannungen liefern. Diese brauchen nicht angesetzt zu werden, da die Differenz zu den mit den Gleichungen der Norm ermittelten idealen Beulspannungen mit den Abminderungsfaktoren nach Element 204 abgedeckt ist.

### (202) Bezogene Schalenschlankheitsgrade

Mit den idealen Beulspannungen sind die bezogenen Schalenschlankheitsgrade  $\bar{\lambda}_S$  mit den Gleichungen (1) bis (3) zu bestimmen.



$$\bar{\lambda}_{Sx} = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{xSi}}} \quad (1)$$

$$\bar{\lambda}_{S\varphi} = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{\varphi Si}}} \quad (2)$$

$$\bar{\lambda}_{S\tau} = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sqrt{3} \cdot \tau_{Si}}} \quad (3)$$

ANMERKUNG Der bezogene Schalenschlankheitsgrad  $\bar{\lambda}_S$  in dieser Norm entspricht stabilitätstheoretisch den bezogenen Stabschlankheitsgraden  $\bar{\lambda}_K$  und  $\bar{\lambda}_M$  in DIN 18800-2 und dem bezogenen Plattenschlankheitsgrad  $\bar{\lambda}_P$  in DIN 18800-3. Er ist nicht identisch mit dem bezogenen Schlankheitsgrad  $\bar{\lambda}_S$  in der früheren DASt-Richtlinie 013.

### (203) Reale Beulspannungen

In Abhängigkeit von den bezogenen Schalenschlankheitsgraden  $\bar{\lambda}_S$  sind Abminderungsfaktoren  $\kappa$  zu bestimmen. Die realen Beulspannungen  $\sigma_{xS,R,k}$ ,  $\sigma_{\varphi S,R,k}$  und  $\tau_{S,R,k}$  ergeben sich durch Multiplikation der Abminderungsfaktoren mit dem charakteristischen Wert der Streckgrenze nach den Gleichungen (4) bis (6).

$$\sigma_{xS,R,k} = \kappa \cdot f_{y,k} \quad \text{mit } \kappa = f(\bar{\lambda}_{Sx}) \quad (4)$$

$$\sigma_{\varphi S,R,k} = \kappa \cdot f_{y,k} \quad \text{mit } \kappa = f(\bar{\lambda}_{S\varphi}) \quad (5)$$

$$\tau_{S,R,k} = \kappa = \frac{f_{y,k}}{\sqrt{3}} \quad \text{mit } \kappa = f(\bar{\lambda}_{S\tau}) \quad (6)$$

ANMERKUNG Die Vorgehensweise mit Abminderungsfaktoren, die auf die Streckgrenze bezogen sind und in Abhängigkeit von bezogenen Schlankheitsgraden bestimmt werden, stimmt mit der Vorgehensweise bei anderen Stabilitätsfällen in Stahlbauten überein (siehe DIN 18800-2 und DIN 18800-3).

### (204) Abminderungsfaktoren

Die Abminderungsfaktoren  $\kappa$  ergeben sich je nach Schalenart und Beanspruchungsfall aus den Gleichungen (7) oder (8). Die Zuordnung erfolgt in den Abschnitten 4.3, 5.4, 6.3 und 7.3.

Normal imperfektionsempfindliche Schalenbeulfälle:

$$\bar{\lambda}_S \leq 0,4 : \quad \kappa_1 = 1 \quad (7a)$$

$$0,4 < \bar{\lambda}_S < 1,2 : \quad \kappa_1 = 1,274 - 0,686 \bar{\lambda}_S \quad (7b)$$

$$1,2 \leq \bar{\lambda}_S : \quad \kappa_1 = 0,65 / \bar{\lambda}_S^2 \quad (7c)$$

Bei Schalen mit

$$l^2/(r \cdot t) \geq 600 \quad (7d)$$

$$\text{und } (r/t)(f_y/E)^{0,5} \geq 1,75 \quad (7e)$$

darf in (7c) der Wert 0,65 durch  $\alpha^*$  nach (7f) ersetzt werden

$$\alpha^* = 0,65 + (\alpha_{col} - 0,65)\{1 - 600 (r \cdot t)/l^2\} \tag{7f}$$

mit  $\alpha_{col} = 1/\{1 + 0,257 (t/r) (E/f_y)^{0,5}\}$  (7g)

Bei Kegelschalen ist  $l$  durch  $l^*$  und  $r$  durch  $r^*$  zu ersetzen.

Sehr imperfektionsempfindliche Schalenbeulfälle:

$$\bar{\lambda}_S \leq 0,25 : \quad \kappa_2 = 1 \tag{8a}$$

$$0,25 < \bar{\lambda}_S \leq 1,0 : \quad \kappa_2 = 1,233 - 0,933 \bar{\lambda}_S \tag{8b}$$

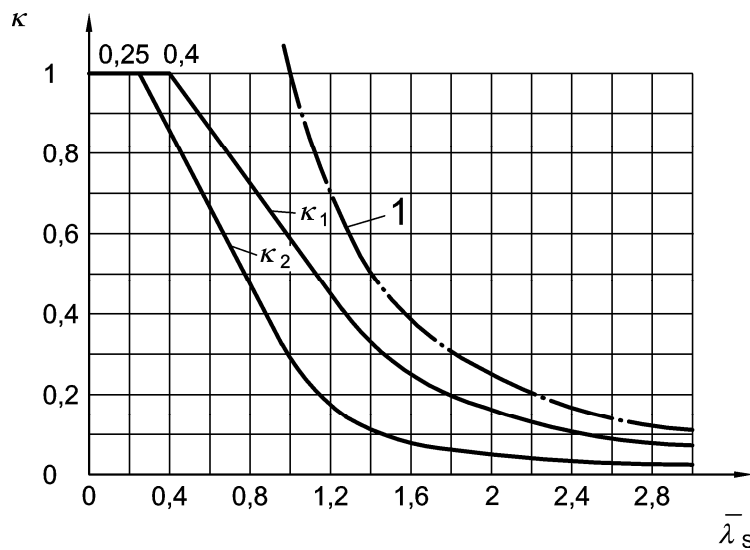
$$1,0 < \bar{\lambda}_S \leq 1,5 : \quad \kappa_2 = 0,3 / \bar{\lambda}_S^3 \tag{8c}$$

$$1,5 < \lambda \leq 64 (f_y/E)^{0,5} : \quad \kappa_2 = 0,2 / \lambda^2 \tag{8d}$$

$$2\,500 < r/t \leq 5\,000 : \quad \kappa_2 = 0,82 / \{ [1 + (r/t)^{0,72}/91] \bar{\lambda}^{-2} \} \tag{8e}$$

Die Gleichungen (7a) bis (8e) gelten nur für  $r/t \leq 5\,000$  bei Kreiszylinderschalen und Kugelschalen und  $r_2/t \leq 5\,000$  bei Kegelschalen.

ANMERKUNG Für  $r/t > 5\,000$  und  $r_2/t > 5\,000$  wird der Erfahrungsbereich verlassen.



1 Euler-Hyperbel

**Bild 2 — Abminderungsfaktoren  $\kappa$  (bezogene reale Beulspannungen) für Schalenbeulen (Grundbeulkurven)**

ANMERKUNG Die Abminderungsfaktoren  $\kappa$  erfassen den Einfluss der geometrischen und strukturellen Imperfektionen sowie des nichtelastischen Werkstoffverhaltens (vergleiche hierzu Anmerkungen zu 1.3, Element 105). Dabei wird die unterschiedliche Imperfektionsempfindlichkeit verschiedener Schalenarten und Beanspruchungsfälle durch die beiden unterschiedlich großen Abminderungsfaktoren  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  (Grundbeulkurven) berücksichtigt.

**(205) Grenzbeulspannungen**

Die Grenzbeulspannungen sind nach den Gleichungen (9) bis (11) zu ermitteln:

$$\sigma_{xS,R,d} = \sigma_{xS,R,k} / \gamma_M \quad (9)$$

$$\sigma_{\varphi S,R,d} = \sigma_{\varphi S,R,k} / \gamma_M \quad (10)$$

$$\tau_{S,R,d} = \tau_{S,R,k} / \gamma_M \quad (11)$$

mit  $\gamma_M$  nach Element 206.

**(206) Teilsicherheitsbeiwerte für den Widerstand**

Die Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  ergeben sich je nach Schalenart und Beanspruchungsfall aus den Gleichungen (12) oder (13).

Normal imperfektionsempfindliche Schalenbeulfälle, bei denen die reale Beulspannung mit  $\kappa_1$  ermittelt wurde:

$$\gamma_{M1} = 1,1 \quad (12)$$

Sehr imperfektionsempfindliche Schalenbeulfälle, bei denen die reale Beulspannung mit  $\kappa_2$  ermittelt wurde:

$$\bar{\lambda}_S \leq 0,25: \quad \gamma_{M2} = 1,1 \quad (13a)$$

$$0,25 < \bar{\lambda}_S < 2,00: \quad \gamma_{M2} = 1,1 \left( 1 + 0,318 \frac{\bar{\lambda}_S - 0,25}{1,75} \right) \quad (13b)$$

$$2,00 \leq \bar{\lambda}_S: \quad \gamma_{M2} = 1,45 \quad (13c)$$

**ANMERKUNG** Der erhöhte Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{M2}$  berücksichtigt die besonders große Streuung der experimentellen Beullasten von mittellangen dünnwandigen Kreiszylinder- und Kegelschalen unter konstanter Druckbeanspruchung in Axial- bzw. Meridianrichtung und von dünnwandigen Kugelschalen unter konstantem Außendruck, die der Festlegung der Grundbeulkurve  $\kappa_2$  zugrunde gelegt wurden. Die besonders große Streuung der experimentellen Beullasten hat ihre Ursache im ungünstigen Nachbeulverhalten dieser Schalentypen und ihrer daraus resultierenden extremen Imperfektionsanfälligkeit.

Für Sonderfälle, bei denen sich das ungünstige Nachbeulverhalten und die extreme Imperfektionsanfälligkeit nicht einstellen können (z. B. schmale Teilfelder längsversteifter Kreiszylinder oder kurze Kreiszylinder unter Axialdruckbeanspruchung), kann auch ein geringerer  $\gamma_M$ -Wert gerechtfertigt sein.

**(207) Einzelnachweise**

Es sind je nach Beanspruchungsfall einer oder mehrere der folgenden Einzelnachweise zu führen:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_{xS,R,d}} \leq 1 \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi S,R,d}} \leq 1 \quad (15)$$

$$\frac{\tau}{\tau_{S,R,d}} \leq 1 \quad (16)$$

Dabei sind

$\sigma_x, \sigma_\varphi, \tau$  maßgebende Membrandruck- und -schubspannungen infolge der Bemessungswerte der Einwirkungen, berechnet nach der Elastizitätstheorie.

### (208) Nachweis bei kombinierter Beanspruchung

Bei Vorhandensein von mehr als einer der drei beulauslösenden Membranspannungen (Druck in Axial- bzw. Meridianrichtung, Druck in Umfangsrichtung, Schub) ist außer den Einzelnachweisen ein Nachweis unter kombinierter Beanspruchung mit den jeweils angegebenen maßgebenden Membranspannungen und Interaktionsbedingungen zu führen (siehe 4.5, 5.6, 6.5, 7.5).

## 3 Herstellungsgenauigkeiten

### (301) Toleranzwerte

Die in dieser Norm angegebenen realen Beulspannungen gelten nur, wenn die unvermeidbaren Herstellungsgenauigkeiten die in den Elementen 302 bis 304 angegebenen Toleranzwerte nicht überschreiten. Sie sind durch Stichproben zu überprüfen.

ANMERKUNG 1 Angaben zum Vorgehen bei Überschreitung der Toleranzwerte sind in Element 305 gemacht.

ANMERKUNG 2 Die Toleranzwerte sind im Allgemeinen nicht geeignet, als Grundlage für Imperfektions-Rechenannahmen zu dienen.

### (302) Vorbeulen

Die Tiefe  $t_v$  von Vorbeulen (Vorbeultiefe) soll den Wert von 1 % der Messlänge nicht überschreiten. Die Messlänge (siehe Bild 3) beträgt

— bei Kugelschalen in beliebiger Richtung

$$l_{mK} = 4\sqrt{R \cdot t} \quad (17)$$

— bei Kreiszylinder- und Kegelschalen in Meridianrichtung

$$l_{mX} = 4\sqrt{r \cdot t} \quad (18)$$

— bei Kreiszylinder- und Kegelschalen in Umfangsrichtung

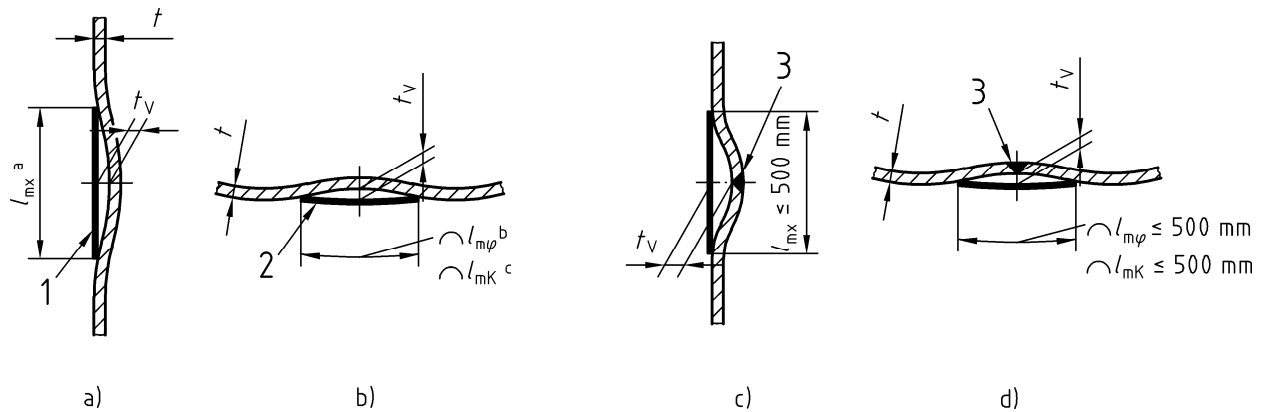
$$l_{m\varphi} = \frac{2,3 r}{\sqrt{\frac{r}{l}} \sqrt{\frac{r}{t}}} \quad (19a)$$

jedoch

$$l_{m\varphi} \leq r \quad (19b)$$

Die Messlänge darf in allen drei Fällen auf 2 000 mm begrenzt werden.

Im Bereich von Schweißnähten beträgt die Messlänge höchstens 500 mm.



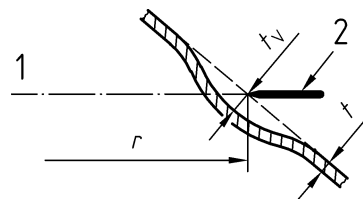
**Legende**

- |   |             |   |               |
|---|-------------|---|---------------|
| 1 | Messlatte   | a | nach Gl. (18) |
| 2 | Messlehre   | b | nach Gl. (19) |
| 3 | Schweißnaht | c | nach Gl. (17) |

**Bild 3 — Messlängen und Vorbeultiefen**

ANMERKUNG 1 Die Messlängen entsprechen in ihrer Größenordnung den Abmessungen einer Beule des kritischen Nachbeulmusters der Kugel unter Außendruck ( $l_{mK}$ ), des Kreiszylinders unter Axialdruck ( $l_{mx}$ ) bzw. des Kreiszylinders unter Außendruck ( $l_{mφ}$ ).

ANMERKUNG 2 Bei Kegelschalen wird für die Messung in Umfangsrichtung die Messlehre in der Ebene des Breitenkreises angesetzt. Die Messung der Vorbeultiefe  $t_v$  darf aber normal zum Meridian erfolgen (siehe Bild 4):



**Legende**

- |   |  |
|---|--|
| 1 | Breitenkreis                                       |
| 2 | Querschnitt durch Messlehre mit Messlänge $l_{mφ}$ |

**Bild 4 — Messung der Vorbeulen in Umfangsrichtung bei Kegelschalen**

**(303) Unrundheit**

Die Unrundheit  $U$  soll Bedingung (20) einhalten.

$$U = 2 \cdot \frac{\max d - \min d}{\max d + \min d} \cdot 100 \leq \text{zul } U \tag{20}$$

Hierin sind  $\max d$  und  $\min d$  der jeweils größte und kleinste gemessene Durchmesser (siehe Bild 5) und  $\text{zul } U$  die zulässige Unrundheit nach Gleichung (21).

$$\text{zul } U = 2,0 \% \quad \text{für } d \leq 500 \text{ mm} \tag{21a}$$

$$\text{zul } U = 0,5 \% \quad \text{für } d \geq 1\,250 \text{ mm} \tag{21b}$$

Zwischen  $d = 500 \text{ mm}$  und  $d = 1\,250 \text{ mm}$  ist linear zu interpolieren.

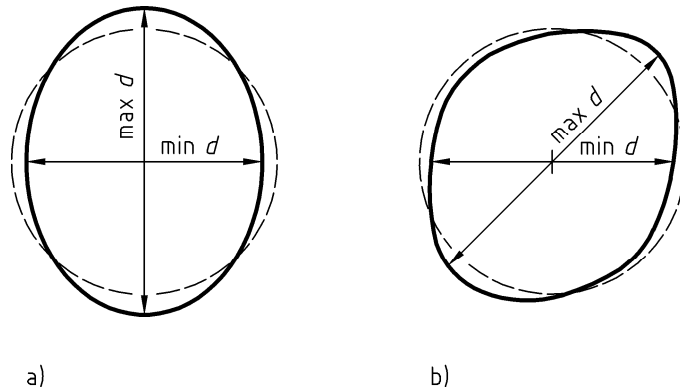


Bild 5 — Unrundheit

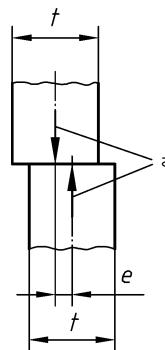
**(304) Exzentrizitäten**

Unplanmäßige Exzentrizitäten  $e$  an Stoßstellen der Schalenwand rechtwinklig zur Druckbeanspruchungsrichtung sollen Bedingung (22) einhalten.

$$e \leq 0,2 t \tag{22a}$$

jedoch

$$e \leq 3 \text{ mm} \tag{22b}$$



**Legende**

<sup>a</sup> Druckbeanspruchung

Bild 6 — Exzentrizität

**(305) Überschreitung der Toleranzwerte**

Werden die Toleranzwerte nach den Elementen 302 bis 304 überschritten, so ist im Einzelfall zu entscheiden, ob Richtarbeiten oder andere Maßnahmen erforderlich sind.

Der Zustand darf ohne besondere Maßnahmen belassen werden, wenn die Toleranzwerte nicht mehr als bis zu ihrem doppelten Wert überschritten werden und der Beulsicherheitsnachweis mit einem reduzierten Abminderungsfaktor nach Gleichung (23) geführt wird.

$$\text{red } \kappa = \kappa \left[ 1 - \frac{\bar{\lambda}_S}{3} \left( \frac{\text{vorh } a}{\text{zul } a} - 1 \right) \right] \quad \text{für } \bar{\lambda}_S < 1,5 \tag{23a}$$

bzw.

$$\text{red } \kappa = \kappa \left( 1,5 - 0,5 \frac{\text{vorh } a}{\text{zul } a} \right) \quad \text{für } \bar{\lambda}_S \geq 1,5 \quad (23b)$$

Dabei ist

- $\kappa$  Abminderungsfaktor nach den Gleichungen (7) bzw. (8);
- zul  $a$  zulässige Vorbeultiefe zul  $t_v$  nach Element 302 oder zulässige Unrundheit zul  $U$  nach Element 303 oder zulässige Exzentrizität zul  $e$  nach Element 304;
- vorh  $a$  vorhandene Vorbeultiefe vorh  $t_v$  oder vorhandene Unrundheit vorh  $U$  oder vorhandene Exzentrizität vorh  $e$  (zul  $a \leq$  vorh  $a \leq 2$  zul  $a$ ).

Werden die Toleranzwerte mehrerer Arten von Herstellungsungenauigkeiten gleichzeitig überschritten, so genügt es, die ungünstigste Einzelüberschreitung vorh  $a$  / zul  $a$  in Gleichung (23) einzusetzen.

ANMERKUNG 1 Vor der Entscheidung für Richtarbeiten sollte stets bedacht werden, dass dabei zusätzliche Eigenspannungen entstehen können. Es sollte auch der Ausnutzungsgrad in Betracht gezogen werden. In Zweifelsfällen ist es empfehlenswert, den Aufsteller der statischen Berechnung hinzuzuziehen.

ANMERKUNG 2 Gleichung (23) stellt eine auf der sicheren Seite liegende Abschätzung des von den zu großen geometrischen Imperfektionen zusätzlich verursachten Abfalls der realen Beulspannungen dar.

### (306) Unterschreitung der Nenndicke

Bei Wanddicken  $t < 5$  mm ist der Beulsicherheitsnachweis statt mit  $t$  mit der effektiven Wanddicke  $t_{\text{eff}}$  nach Gleichung (24) zu führen.

$$t_{\text{eff}} = t - 0,5 \Delta t \quad (24)$$

Dabei ist

- $\Delta t$  zulässige Unterschreitung der Nenndicke nach jeweiliger Liefernorm.

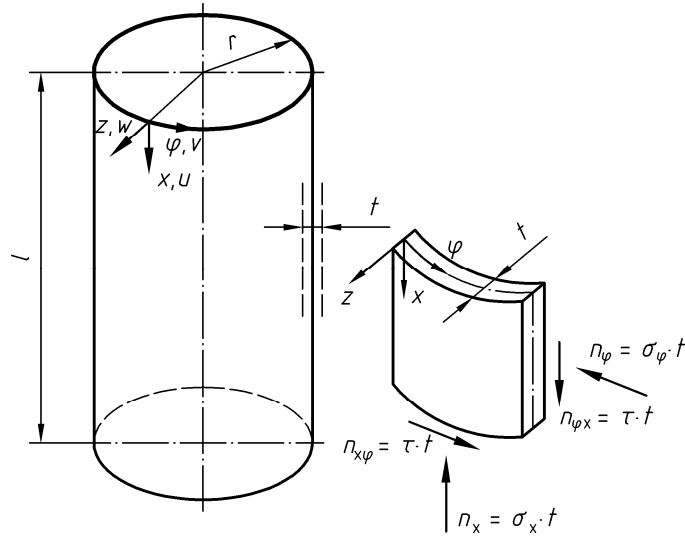
Bei Blechen mit bestellter Mindestwanddicke und entsprechenden Abnahmeprüfzeugnissen 3.1 oder 3.2 nach DIN EN 10204 darf der Beulsicherheitsnachweis mit der bescheinigten Mindestwanddicke geführt werden.

## 4 Kreiszylinderschalen mit konstanter Wanddicke

### 4.1 Formelzeichen, Randbedingungen

#### (401) Geometrische Größen

- $l$  Zylinderlänge
- $r$  Radius der Zylindermittelfläche



**Bild 7 — Geometrie und Membranschnittkräfte des Kreiszylinders**

ANMERKUNG Zusätzlich zur Konstanz der Wanddicke wird in diesem Abschnitt vorausgesetzt, dass an keiner Stelle (beispielsweise an Stößen) ein planmäßiger Versatz vorhanden ist. Angaben zur näherungsweisen Behandlung „überlappter“ Kreiszylinderschalen sind in 5.4, Element 514 gemacht.

**(402) Beanspruchungsgrößen, Beulspannungen**

a) Druckbeanspruchung in Axialrichtung

$\sigma_x$  Axialdruckspannung

$\sigma_{xSi}$  ideale Axialbeulspannung

$\sigma_{xS,R,k}$  reale Axialbeulspannung

b) Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung

$\sigma_\varphi$  Umfangsdruckspannung

$\sigma_{\varphi Si}$  ideale Umfangsbeulspannung

$\sigma_{\varphi S,R,k}$  reale Umfangsbeulspannung

c) Schubbeanspruchung

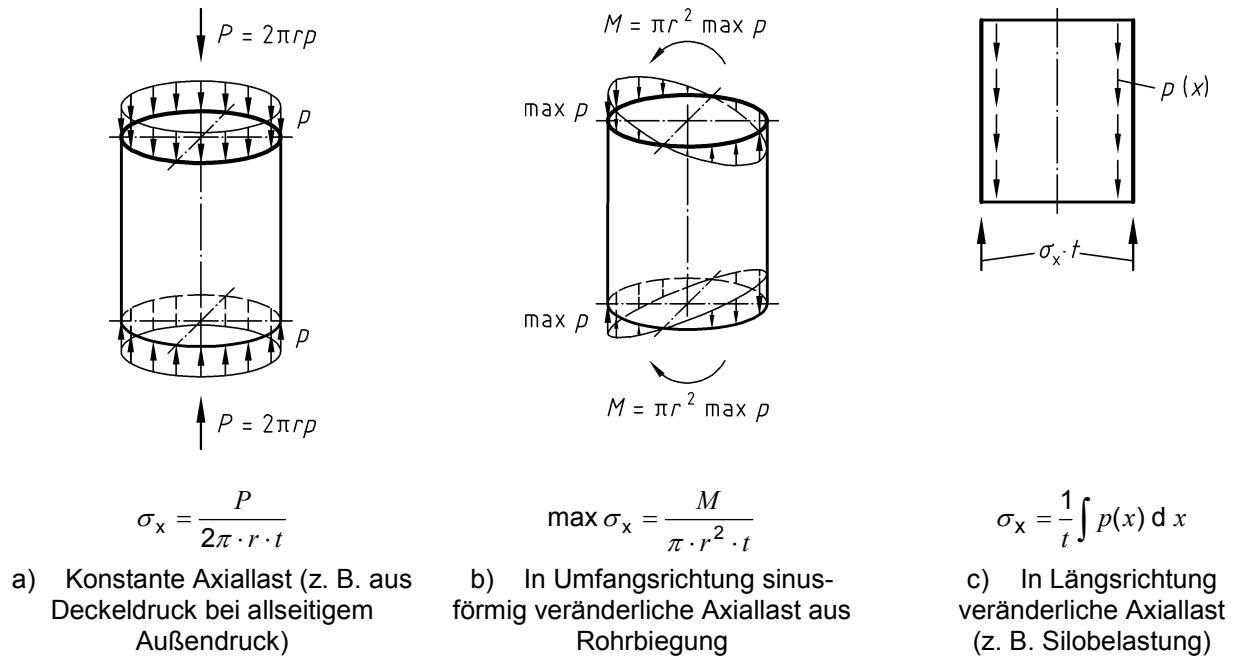
$\tau$  Schubspannung

$\tau_{Si}$  ideale Schubbeulspannung

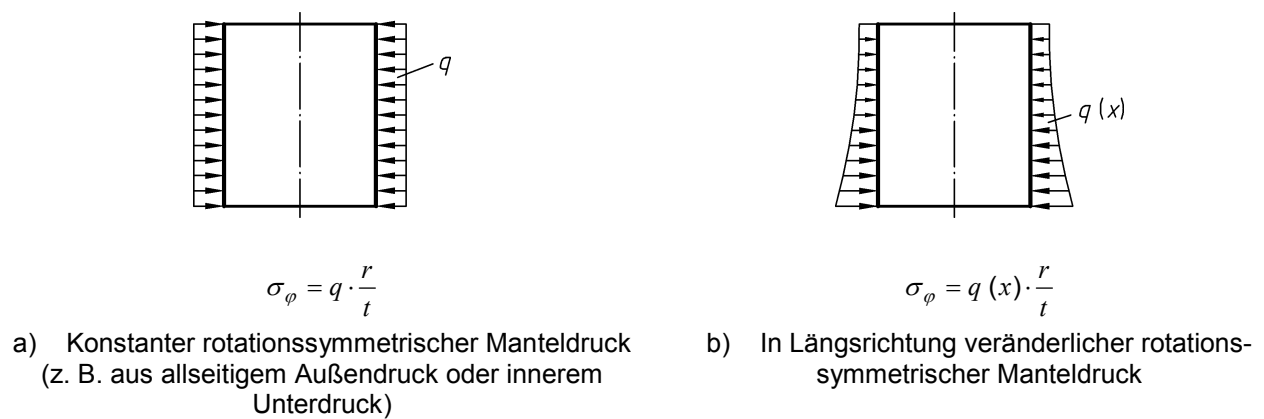
$\tau_{S,R,k}$  reale Schubbeulspannung

ANMERKUNG Beispiele für die verschiedenen Beanspruchungen sind in den Bildern 8 bis 10 angegeben.

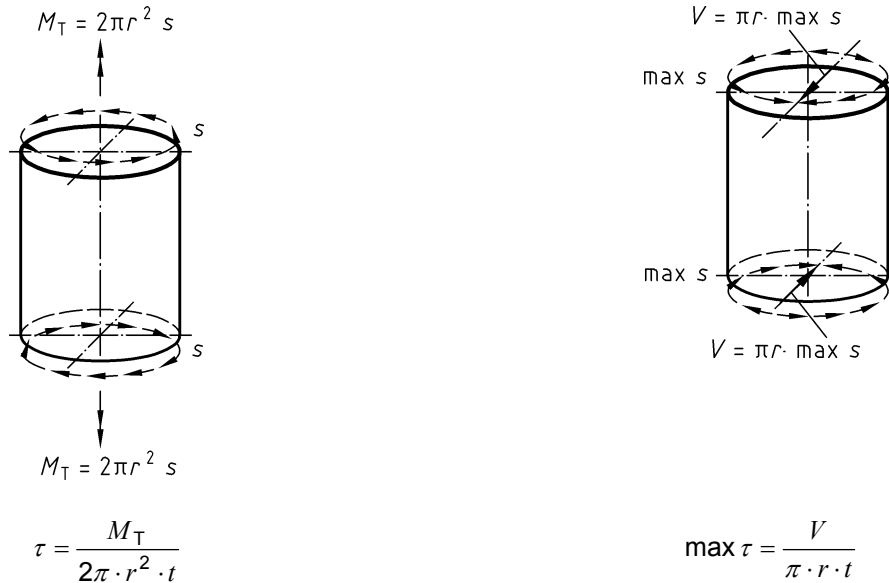




**Bild 8 — Beispiele für Druckbeanspruchung in Axialrichtung**



**Bild 9 — Beispiele für Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung**



a) Konstante Schubbeanspruchung aus Torsion

b) In Umfangsrichtung sinusförmig veränderliche Schubbeanspruchung aus Querkraft. (Die aus Gleichgewichtsgründen am Rand in Axialrichtung angreifende Membrannormalspannung aus Rohrbiegung ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet.)

**Bild 10 — Beispiele für Schubbeanspruchung**

**(403) Randbedingungen**

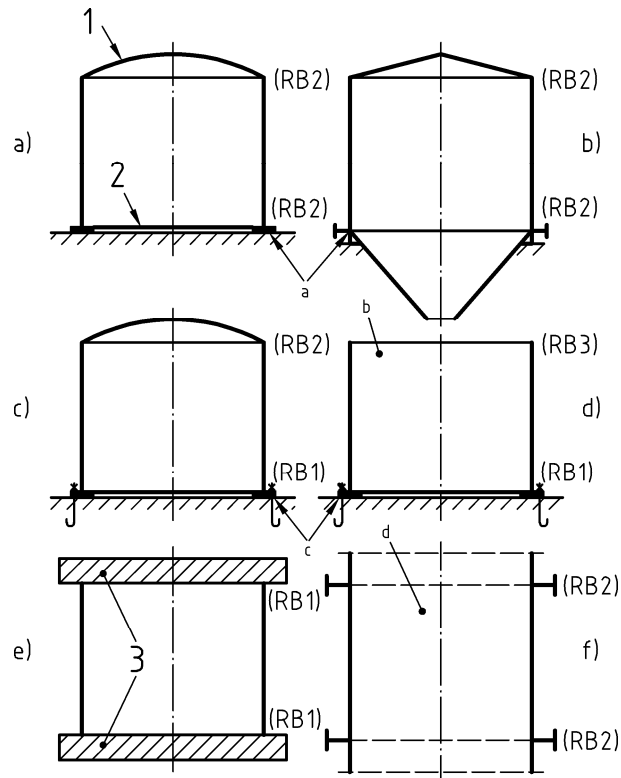
Es werden die folgenden Randbedingungen (RB) unterschieden:

- RB 1: radial unverschieblicher, axial unverschieblicher (wölbbehinderter), bei kurzen Kreiszyinderschalen zusätzlich eingespannter Rand
- RB 2: radial unverschieblicher, axial verschieblicher (wölbfreier), gelenkiger Rand
- RB 3: freier Rand

ANMERKUNG 1 Die Begriffe „verschieblich“ und „unverschieblich“ beziehen sich auf relative Verschiebungen des Schalenrandes bezüglich des Randkreises (radial) bzw. der Randkreisebene (axial), nicht auf Starrkörperverschiebungen des gesamten Randkreises.

ANMERKUNG 2 Radiale Unverschieblichkeit kann beispielsweise für Behälter bei Aussteifung durch Bodenbleche oder Dachschalen bzw. Dachgespärre angenommen werden (siehe Bild 11 a bis d). Beim Teilfeldnachweis ringverstiefter Schalen ist sie an den Ringsteifen, welche Knotenlinien der Beulfigur bilden (siehe Bild 11 f), ebenfalls gegeben. Die Stabilität der Ringsteifen ist gesondert nachzuweisen; Hinweise dazu werden z. B. in [1] gegeben.

ANMERKUNG 3 Axiale Unverschieblichkeit liegt bei Verankerung der Ränder oder deren Einbindung in steife Endplatten vor.



### Legende

- |   |  |   |                             |
|---|--|---|-----------------------------|
| 1 | Kuppel oder Gespärre                       | a | Rand nicht verankert        |
| 2 | Bodenblech                                 | b | offen                       |
| 3 | Endplatten mit sehr hoher Biegesteifigkeit | c | Rand verankert              |
|   |  | d | für Nachweis der Teilschale |

**Bild 11 — Konstruktive Erläuterungen und Beispiele zu den Randbedingungen**

## 4.2 Ideale Beulspannung

### 4.2.1 Druckbeanspruchung in Axialrichtung

#### (404) Voraussetzung

Die folgenden Gleichungen für die ideale Beulspannung gelten nur für radial unverschiebliche Ränder (RB 1 oder RB 2).

#### (405) Kein Nachweis erforderlich

Für Kreiszyylinder nach Gleichung (25) braucht kein Beulsicherheitsnachweis geführt zu werden.

$$\frac{r}{t} \leq \frac{E}{25f_{y,k}} \quad (25)$$

ANMERKUNG Der nach DIN 18800-2 zu führende Nachweis der Biegeknicksicherheit bleibt hiervon unberührt.

**(406) Kreiszyylinder allgemein**

Für Kreiszyylinder mit Druckbeanspruchung in Axialrichtung ist die ideale Beulspannung  $\sigma_{xSi}$  mit Gleichung (26) zu bestimmen.

$$\sigma_{xSi} = 0,605 C_x \cdot E \frac{t}{r} \tag{26}$$

Der Beiwert  $C_x$  ist in Abhängigkeit von der Schalenlänge nach den Elementen 407 oder 408 zu bestimmen.

ANMERKUNG Gleichung (26) ergibt sich auf der Basis der klassischen linearen Beultheorie für die Kreiszyinderschale unter konstanter Axiallast (siehe Bild 8a).

**(407) Mittellange und kurze Kreiszyylinder**

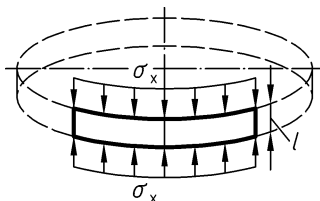
Für mittellange und kurze Kreiszyylinder nach Bedingung (27) gilt  $C_x$  nach Gleichung (28).

$$\frac{l}{r} \leq 0,5 \sqrt{\frac{r}{t}} \tag{27}$$

$$C_x = 1 + 1,5 \left(\frac{r}{l}\right)^2 \frac{t}{r} \tag{28}$$

$C_x$  darf auch gleich 1 gesetzt werden.

ANMERKUNG Der Beiwert  $C_x$  nach Gleichung (28) erfasst den asymptotischen Übergang der idealen Axialbeulspannung der kurzen Kreiszyinderschale unter konstanter Axiallast mit RB 2 nach 4.1, Element 403, in die ideale Beulspannung der gelenkig gelagerten, breiten Rechteckplatte (knickstabähnliches Plattenbeulen, siehe Bild 12).



**Bild 12 — Plattenbeulen als Grenzfall der kurzen Kreiszyinderschale mit Druckbeanspruchung in Axialrichtung**

**(408) Lange Kreiszyylinder**

Für lange Kreiszyylinder nach Bedingung (29) ist der Beiwert  $C_x$  in Abhängigkeit von den Randbedingungen mit  $\eta$  nach Tabelle 1 mit Gleichung (30a) zu bestimmen.

$$llr > 0,5 (rt)^{0,5} \tag{29}$$

$$C_{x,N} = 1 - [0,4(llr)(tr)^{0,5} - 0,2]/\eta \tag{30}$$

jedoch  $C_{x,N} \geq 0,6$ .

$$C_x = C_{x,N} (\sigma_{x,N}/\sigma_x) + (\sigma_{x,M}/\sigma_x) \tag{30a}$$

wenn  $rt \leq 150$  und  $(llr) \leq 6 (rt)^{0,5}$  (30b)

erfüllt ist. Andernfalls gilt

$$C_x = C_{x,N} \tag{30c}$$

Dabei ist

- $\sigma_x$  der Bemessungswert der Meridianspannung nach Element 515
- $\sigma_{x,N}$  der Anteil von  $\sigma_x$ , der sich aus der Normalkraft N des Kreiszylinders ergibt
- $\sigma_{x,M}$  der maximale Beitrag des Biegemomentes M des Kreiszylinders zu  $\sigma_x$

**Tabelle 1 — Beiwerte  $\eta$  zur Ermittlung der idealen Axialbeulspannungen bei langen Kreiszylindern**

Fall	Kombination der Randbedingungen nach Abschnitt 4.1, Element 403	Beiwert $\eta$
1	RB 1 RB 1	6
2	RB 2 RB 1	3
3	RB 2 RB 2	1

ANMERKUNG Der Beiwert  $C_{x,N}$  nach Gleichung (30) erfasst näherungsweise den Abfall der auf der Basis der klassischen linearen Beultheorie ermittelten idealen Beulspannung im Übergangsbereich vom mittellangen Kreiszylinder zum Knickstab.

#### (409) Knicken von langen Kreiszylindern

Für lange Kreiszylinder nach Bedingung (29) ist außer dem Beulsicherheitsnachweis nach dieser Norm der Nachweis der Biegeknicksicherheit nach DIN 18800-2 zu führen. Eine Interaktion mit dem Schalenbeulen braucht dabei nicht berücksichtigt zu werden.

ANMERKUNG Implizit wird eine gewisse Interaktion dadurch berücksichtigt, dass die in den Beulsicherheitsnachweis nach Gleichung (14) einzuführende größte Membranspannung  $\sigma_x$  bei langen Kreiszylindern (rohrförmigen Stäben), die die Abgrenzungskriterien in DIN 18800-1:2008-11, 7.5.1, Element 739, nicht einhalten, sowieso aus Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung zu ermitteln ist.

#### (410) Sehr lange Kreiszylinder

Außer bei Einhaltung von Bedingung (25) braucht auch für sehr lange Kreiszylinder (rohrförmige Stäbe) nach Bedingung (31) unter planmäßig mittigem Druck kein Beulsicherheitsnachweis geführt zu werden.

$$\frac{s_K}{r} \geq 10 \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (31)$$

mit  $s_K$  Knicklänge nach DIN 18800-2.

ANMERKUNG 1 Der nach DIN 18800-2 zu führende Nachweis der Biegeknicksicherheit bleibt hiervon unberührt.

ANMERKUNG 2 Gleichung (31) ergibt sich näherungsweise aus dem Gleichsetzen der Beanspruchbarkeiten des planmäßig mittig gedrückten rohrförmigen Stabes nach DIN 18800-2 (Knickspannungslinie a) und der langen Kreiszylinderschale unter Axialdruckbeanspruchung (Abminderungsfaktor  $\kappa_2$  nach Gleichung (8) mit  $C_x = 0,6$  nach Gleichung (30)).

4.2.2 Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung

(411) Kein Nachweis erforderlich

Für Kreiszyylinder nach Bedingung (32) braucht kein Beulsicherheitsnachweis geführt zu werden.

$$\frac{r}{t} \leq \sqrt{\frac{E}{23 f_{y,k}}} \tag{32}$$

(412) Mittellange und kurze Kreiszyylinder

Für mittellange und kurze Kreiszyylinder nach Bedingung (33) ist die ideale Beulspannung  $\sigma_{\phi Si}$  mit Gleichung (34) zu bestimmen, wobei der Beiwert  $C_\phi$  Abhängigkeit von den Randbedingungen Tabelle 2 zu entnehmen ist.

$$\frac{l}{r} \leq 1,63 C_\phi \sqrt{\frac{r}{t}} \tag{33}$$

$$\sigma_{\phi Si} = 0,92 C_\phi \cdot E \frac{r}{l} \left(\frac{t}{r}\right)^{1,5} \tag{34}$$

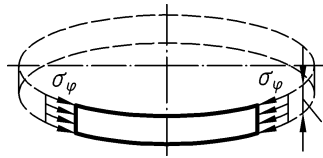
In Gleichung (34) darf anstelle des Beiwertes  $C_\phi$  auch der Beiwert  $C_\phi^*$  nach Tabelle 2 eingesetzt werden.

Tabelle 2 — Beiwerte  $C_\phi$  und  $C_\phi^*$

Fall	Kombination der Randbedingungen nach Abschnitt 4.1, Element 403	Beiwert $C_\phi$	Beiwert $C_\phi^*$
1	RB 1 RB 1	1,5	$1,5 + \frac{10,0}{\bar{l}^2} - \frac{5,0}{\bar{l}^3}$
2	RB 2 RB 1	1,25	$1,25 + \frac{8,0}{\bar{l}^2} - \frac{4,0}{\bar{l}^3}$
3	RB 2 RB 2	1,0	$1,0 + \frac{3,0}{\bar{l}^{1,35}}$
4	RB 3 RB 1	0,6	$0,6 + \frac{1,0}{\bar{l}^2} - \frac{0,3}{\bar{l}^3}$
5	RB 3 RB 2	In diesen Fällen darf $\sigma_{\phi Si}$ unabhängig von der Zylinderlänge mit Gleichung (36) und $C_\phi = 0$ bestimmt werden.	
6	RB 3 RB 3		
$\bar{l} = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}}$			

ANMERKUNG 1 Gleichung (34) ergibt sich auf der Basis der klassischen linearen Beultheorie für eine Kreiszyinderschale unter konstantem Manteldruck.

ANMERKUNG 2 Der Beiwert  $C_\varphi^*$  nach Tabelle 2 erfasst den asymptotischen Übergang der idealen Umfangsbeulspannung der kurzen Kreiszylinderschale unter konstantem Manteldruck in die ideale Beulspannung der langen Rechteckplatte (siehe Bild 13).



**Bild 13 — Plattenbeulen als Grenzfall der kurzen Kreiszylinderschale mit Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung**

#### (413) Lange Kreiszylinder

Für lange Kreiszylinder nach Bedingung (35) ist die ideale Beulspannung  $\sigma_{\varphi Si}$  mit Gleichung (36) zu bestimmen, wobei  $C_\varphi$  aus Tabelle 2 zu entnehmen ist.

$$\frac{l}{r} > 1,63 C_\varphi \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (35)$$

$$\sigma_{\varphi Si} = E \left( \frac{t}{r} \right)^2 \left[ 0,275 + 2,03 \left( \frac{C_\varphi}{\frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}}} \right)^4 \right] \quad (36)$$

ANMERKUNG Gleichung (36) erfasst auf der Basis der klassischen linearen Beultheorie den Übergang zum unter Radialbelastung ausknickenden Kreisring als dem Grenzfall der langen Kreiszylinderschale unter konstantem Manteldruck.

#### 4.2.3 Schubbeanspruchung

##### (414) Voraussetzung

Die folgenden Gleichungen für die ideale Beulspannung gelten nur für radial unverschiebliche Ränder (RB 1 oder RB 2).

##### (415) Kein Nachweis erforderlich

Für Kreiszylinder nach Bedingung (37) braucht kein Beulsicherheitsnachweis geführt zu werden.

$$\frac{r}{t} \leq \left( \frac{E}{15 f_{y,k}} \right)^{0,67} \quad (37)$$

##### (416) Mittellange und kurze Kreiszylinder

Für mittellange und kurze Kreiszylinder nach Bedingung (38) ist die ideale Beulspannung  $\tau_{Si}$  nach Gleichung (39) mit  $C_\tau = 1$  zu bestimmen.

$$\frac{l}{r} \leq 8,7 \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (38)$$

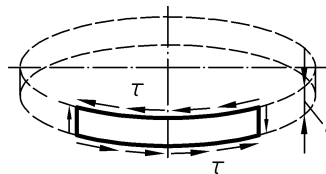
$$\tau_{Si} = 0,75 C_\tau \cdot E \left(\frac{t}{r}\right)^{1,25} \times \left(\frac{r}{l}\right)^{0,5} \quad (39)$$

In Gleichung (39) darf auch  $C_\tau$  nach Gleichung (40) eingesetzt werden.

$$C_\tau = \left[ 1 + 42 \left(\frac{r}{l}\right)^3 \cdot \left(\frac{t}{r}\right)^{1,5} \right]^{0,5} \quad (40)$$

ANMERKUNG 1 Gleichung (39) ergibt sich auf der Basis der klassischen linearen Beultheorie für die Kreiszyinderschale unter konstanter Torsionsbeanspruchung (siehe Bild 10 a).

ANMERKUNG 2 Der Beiwert  $C_\tau$  nach Gleichung (40) erfasst den asymptotischen Übergang der idealen Schubbeulspannung der kurzen Kreiszyinderschale unter konstanter Torsionsbeanspruchung mit RB 2 nach Abschnitt 4.1, Element 403, in die ideale Beulspannung der schubbeanspruchten, gelenkig gelagerten, breiten Rechteckplatte (siehe Bild 14).



**Bild 14 — Plattenbeulen als Grenzfall der kurzen Kreiszyinderschale mit Schubbeanspruchung**

**(417) Lange Kreiszyylinder**

Für lange Kreiszyylinder nach Bedingung (41) ist die ideale Beulspannung  $\tau_{Si}$  nach Gleichung (42) zu bestimmen.

$$\frac{l}{r} > 8,7 \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (41)$$

$$\tau_{Si} = 0,25 E \left(\frac{t}{r}\right)^{1,5} \quad (42)$$

**4.3 Reale Beulspannung**

(418) entfällt

**(419) Druckbeanspruchung in Axialrichtung**

Die reale Beulspannung  $\sigma_{xS,R,k}$  für Druckbeanspruchung in Axialrichtung beträgt

$$\sigma_{xS,R,k} = \kappa_2 \cdot f_{y,k} \quad (43)$$

mit  $\kappa_2$  nach Gleichung (8), ermittelt mit  $\bar{\lambda}_{Sx}$  nach Gleichung (1).



**(420) Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung**

Die reale Beulspannung  $\sigma_{\varphi S,R,k}$  für Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung beträgt

$$\sigma_{\varphi S,R,k} = \kappa_1 \cdot f_{y,k} \quad (44)$$

mit  $\kappa_1$  nach Gleichung (7), ermittelt mit  $\bar{\lambda}_{S\varphi}$  nach Gleichung (2).

**(421) Schubbeanspruchung**

Die reale Beulspannung  $\tau_{S,R,k}$  für Schubbeanspruchung beträgt

$$\tau_{S,R,k} = \kappa_1 \frac{f_{y,k}}{\sqrt{3}} \quad (45)$$

mit  $\kappa_1$  nach Gleichung (7), ermittelt mit  $\bar{\lambda}_{S\tau}$  nach Gleichung (3).

**(422) Kurze Kreiszyylinder**

Der Beulsicherheitsnachweis darf auch dann im Sinne von 1.5, Element 115 wie für eine ebene Platte nach DIN 18800-3 geführt werden, wenn sich für kurze Kreiszyylinder damit günstigere Ergebnisse ergeben als nach dieser Norm.

**4.4 Spannungen infolge Einwirkungen****(423) Maßgebende Membranspannungen**

Der Beulsicherheitsnachweis nach Abschnitt 2, Element 207, ist stets mit den Größtwerten der Membranspannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_\varphi$  und  $\tau$  zu führen.

ANMERKUNG Die Membranspannungen sind nach DIN 18800-1 stets mit den Bemessungswerten der Einwirkungen zu ermitteln.

**(424) Ersatz-Windbelastung für die Ermittlung der Umfangsdruckspannung**

Die äußere Windbelastung von Kreiszyinderschalen mit den Randbedingungen nach Tabelle 2 beim Beulsicherheitsnachweis darf für die Ermittlung von  $\sigma_\varphi$  durch einen konstanten rotationssymmetrischen Manteldruck nach Gleichung (46) ersetzt werden.

$$q = \delta \cdot \max q_w \quad (46)$$

Dabei ist

$\max q_w$  größter Druckwert im Staupunkt

$$\delta = 0,46 \left( 1 + 0,1 \sqrt{C_\varphi \frac{r}{l} \sqrt{\frac{r}{t}}} \right) \leq 1 \quad (47)$$

mit  $C_\varphi$  nach Tabelle 2 je nach Randbedingung.

Bei offenen oder belüfteten Kreiszyllindern ist zusätzlich zur Ersatz-Windbelastung nach Gleichung (46) ein konstanter rotationssymmetrischer Manteldruck von  $0,6 \max q_w$  zur Berücksichtigung des Windsogs im Zylinderinnern anzunehmen.

ANMERKUNG Der Beiwert  $\delta$  in Gleichung (46) berücksichtigt, dass die ideale Umfangsbeulspannung nach Gleichung (34) für konstanten Manteldruck ermittelt wurde und die veränderliche Umfangsdruckverteilung unter äußerer Windbelastung nach Bild 15 ein günstigeres Beulverhalten bewirkt.

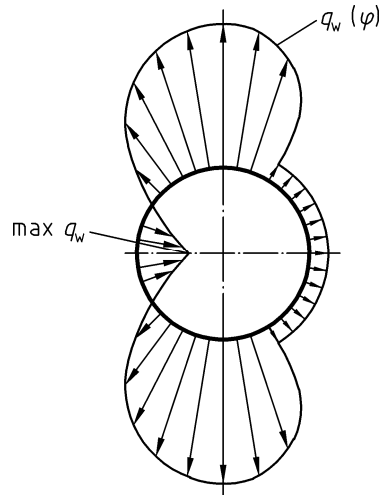


Bild 15 — Beispiel für äußere Windbelastung

**(425) Manteldruck bei sehr kurzen Kreiszyllindern**

Bei sehr kurzen Kreiszyllinderschalen nach Gleichung (48) bzw. sehr kurzen Teilfeldern von ringversteiften Kreiszyllindern darf  $\sigma_\phi$  nach Gleichung (49) ermittelt werden.

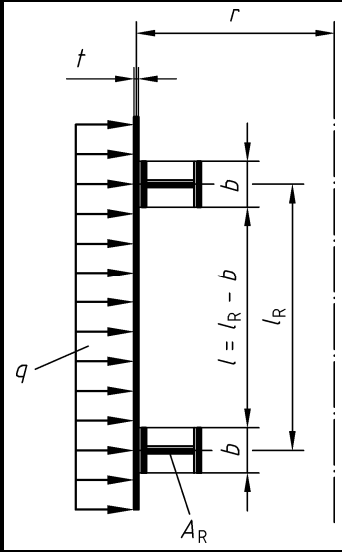
$$\frac{l}{r} \leq \frac{3,12}{\sqrt{\frac{r}{t}}} \tag{48}$$

$$\sigma_\phi = \psi \frac{q \cdot r}{t} \tag{49}$$

Der Beiwert  $\psi$  ist Tabelle 3 zu entnehmen.

ANMERKUNG Der Beiwert  $\psi$  in Gleichung (49) berücksichtigt, dass bei sehr kurzen Kreiszyllinderschalen ein Teil des Manteldrucks unmittelbar von den Rändern bzw. von den Ringsteifen aufgenommen wird.

Tabelle 3 — Beiwerte  $\psi$ 

	$l/r$	$\psi$
	$\leq \frac{1,56}{\sqrt{r/t}}$	$1 - \frac{0,85}{1 + t \cdot l_R / A_R}$
	$\geq \frac{1,56}{\sqrt{r/t}}$	$1 - \frac{0,85 [2 - l / (1,56 \sqrt{r \cdot t})]}{1 + (b + 1,56 \sqrt{r \cdot t}) t / A_R}$
$\geq \frac{3,12}{\sqrt{r/t}}$		1

$A_R$  Querschnittsfläche der Steife (ohne mitwirkende Schalenfläche)  
Bei radial unverschieblichen Rändern gilt  $A_R = \infty$ .

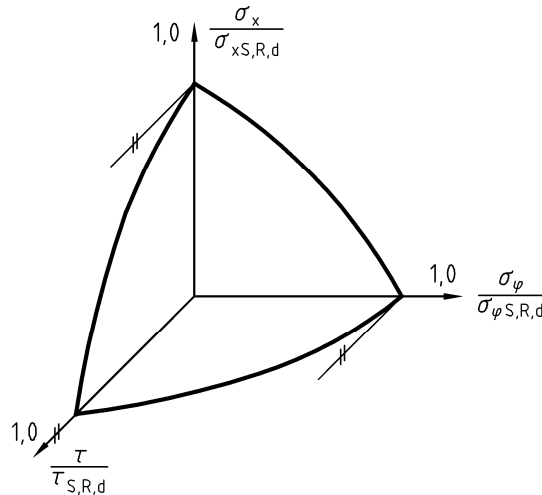
## 4.5 Kombinierte Beanspruchung

### 4.5.1 Druck in Axialrichtung, Druck in Umfangsrichtung und Schub

#### (426) Interaktionsbedingung

Bei gleichzeitiger Wirkung von Axialdruckspannungen  $\sigma_x$ , Umfangsdruckspannungen  $\sigma_\varphi$  und Schubspannungen  $\tau$  ist außer den Einzelnachweisen nach Abschnitt 2, Element 207, und 4.4, Element 423, ein Nachweis nach folgender Interaktionsbedingung zu führen:

$$\left( \frac{\sigma_x}{\sigma_{xS,R,d}} \right)^{1,25} + \left( \frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi S,R,d}} \right)^{1,25} + \left( \frac{\tau}{\tau_{S,R,d}} \right)^2 \leq 1 \quad (50)$$



**Bild 16 — Interaktionsbedingung (50)**

ANMERKUNG Beim Nachweis nach Bedingung (50) ist ein aus allseitigem Außendruck bei geschlossenen Zylindern entstehender Deckeldruck als Axialdruck anzusetzen.

**(427) Zu kombinierende Membranspannungen**

In die Interaktionsbedingung (50) sind die Größtwerte der Membranspannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_\varphi$  und  $\tau$  einzusetzen, auch wenn diese nicht an derselben Stelle auftreten.

Treten Größtwerte innerhalb der randnahen Bereiche der Länge  $l_R$  nach Gleichung (51) auf, so dürfen an ihrer Stelle in die Interaktionsbedingung (50) als maßgebende Membranspannungen die in der verbleibenden freien Länge  $(l - 2 l_R)$  auftretenden Größtwerte eingesetzt werden

$$l_R = 0,10 l \tag{51a}$$

jedoch

$$l_R \leq 0,16 C_\varphi r \sqrt{r/t} \tag{51b}$$

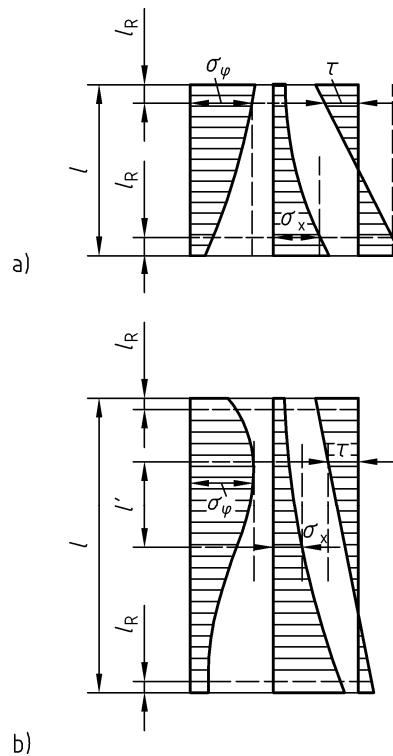
mit  $C_\varphi$  nach Tabelle 2.

Bei langen Kreiszyklindern nach Bedingung (35) dürfen darüber hinaus in der Interaktionsbedingung (50) solche Größtwerte kombiniert werden, die innerhalb der freien Länge  $(l - 2 l_R)$  in einem Zylinderabschnitt der Länge  $l'$  nach Gleichung (52) auftreten.

$$l' = 1,30 C_\varphi r \sqrt{r/t} \tag{52}$$

ANMERKUNG Die Interaktionsbedingung (50) sichert gegen das beulfördernde Zusammenwirken von Spannungsfeldern, nicht von Einzelspannungen ab. Das wird auf der sicheren Seite durch Kombinieren der Membranspannungsgrößtwerte erfasst. Liegen die absolut größten Membranspannungswerte aber bei starker Veränderlichkeit in unmittelbarer Nähe der Ränder bzw. bei langen Kreiszyklindern darüber hinaus weit voneinander entfernt, so wäre eine Kombination dieser Größtwerte beulmechanisch nicht begründet und zu konservativ.

Die Regelung für die Einzelnachweise nach 4.4, Element 423, bleibt hiervon unberührt.



**Bild 17 — Beispiele für zu kombinierende Membranspannungen bei mittellangen und kurzen Kreiszyklindern (a) und langen Kreiszyklindern (b)**

**4.5.2 Druck in Axialrichtung und Zug in Umfangsrichtung aus innerem Manteldruck**

**(428) Voraussetzung**

Die beullasterhöhende Wirkung nach Element 429 darf nur dann in Rechnung gestellt werden, wenn der innere Manteldruck und damit die Umfangszugspannungen zweifelsfrei gleichzeitig mit der Druckbeanspruchung in Axialrichtung vorhanden sind.

ANMERKUNG Besondere Vorsicht ist z. B. geboten bei Lasten aus Schüttgütern, die zur Brückenbildung neigen.

**(429) Beullasterhöhende Wirkung des inneren Manteldruckes**

Wenn die Bedingung

$$(q_i / f_{y,k}) (r/t) \leq 0,5 (1 - 0,75 \kappa_{2q}^2)^{0,5} - 0,25 \kappa_{2q}$$

erfüllt ist, darf für mittellange und kurze Kreiszyklinder nach Bedingung (27), deren bezogener Schlankheitsgrad nach Gleichung (1) größer als 0,7 ist, die beullasterhöhende Wirkung der Umfangszugspannungen infolge eines inneren Manteldruckes  $q_i$  dadurch berücksichtigt werden, dass die reale Beulspannung  $\sigma_{xS,R,k}$  gemäß Gleichung (43) statt mit  $\kappa_2$  mit  $\kappa_{2q}$  nach Gleichung (53) berechnet wird.

$$\bar{\lambda}_{Sx} \leq 0,7 : \quad \kappa_{2q} = \kappa_2 \tag{53a}$$

$$0,7 < \bar{\lambda}_{Sx} < 1,0 : \quad \kappa_{2q} = \kappa_2 \left\langle 1 + 1,2 \bar{\lambda}_{Sx} \left[ \frac{q_i}{E} \left( \frac{r}{t} \right)^2 \right]^{0,38} \frac{\bar{\lambda}_{Sx} - 0,7}{0,3} \right\rangle \tag{53b}$$

$$1,0 \leq \bar{\lambda}_{Sx} : \quad \kappa_{2q} = \kappa_2 \left\langle 1 + 1,2 \bar{\lambda}_{Sx} \left[ \frac{q_i}{E} \left( \frac{r}{t} \right)^2 \right]^{0,38} \right\rangle \quad (53c)$$

Bei kurzen Kreiszyindern darf  $\kappa_{2q}$  nicht angesetzt werden, wenn die ideale Axialbeulspannung mit  $C_x$  nach Gleichung (28) ermittelt wurde oder wenn der Beulsicherheitsnachweis wie für eine ebene Platte gemäß 4.3, Element 422, geführt wird.

Für lange Kreiszyindler nach Bedingung (29) darf keine beullasterhöhende Wirkung des inneren Manteldrucks in Rechnung gestellt werden.

ANMERKUNG 1 Innerer Manteldruck  $q_i$  entsteht z. B. aus hydrostatischem Druck bei Flüssigkeitsfüllung oder aus Innendruck in einem geschlossenen Behälter oder aus Silogut.  $q_i$  wirkt entgegengesetzt der sonst in dieser Norm als positiv definierten Manteldruckrichtung.

ANMERKUNG 2 Gleichung (53c) erfasst für rautenförmig elastisch beulende Kreiszyindler den beulglättenden Einfluss der Umfangszugspannungen, durch den die Imperfektionsempfindlichkeit gemildert wird. Dieser beullasterhöhende Effekt ist bei ringwulstartig elastisch-plastisch beulenden Kreiszyindlern nicht gegeben.

ANMERKUNG 3 Auf den bei Schalen neben dem Beulsicherheitsnachweis nach dieser Norm stets parallel zu führenden Vergleichsspannungsnachweis nach DIN 18800-1 wird hingewiesen (vergleiche 1.5, Element 113).

ANMERKUNG 4 Wenn die Bedingung  $(q_i / f_{y,k}) (r/t) \leq 0,5 (1 - 0,75 \kappa_{2q}^2)^{0,5} - 0,25 \kappa_{2q}$  nicht erfüllt ist, darf der Nachweis nach dem Beuth-Kommentar [2] erfolgen.

**(430) Anzusetzende Axialdruckspannung**

Die bei geschlossenen Kreiszyindlern unter Innendruck infolge des Deckeldruckes entstehende Axialzugspannung darf bei der Ermittlung der maßgebenden Membranspannung  $\sigma_x$  für den Beulsicherheitsnachweis berücksichtigt werden.

**(431) Knicken von langen Kreiszyindlern unter innerem Manteldruck**

Bei durch Innendruck beanspruchten Rohren, bei denen wegen fehlender Deckel keine vom Innendruck  $q_i$  herrührende Axialzugkraft entsteht, ist ein Stabilitätsnachweis als Stab nach 4.2.1, Element 409, mit einer fiktiven Axialdruckkraft  $q_i \cdot r^2 \cdot \pi$  zu führen. Diese fiktive Axialdruckkraft ist gegebenenfalls planmäßig vorhandenen Axialkräften zu überlagern.

ANMERKUNG Ein innendruckbeanspruchtes Rohr ohne Deckel stellt einen Stabilitätsfall dar. Sein kritischer Innendruck ist identisch mit demjenigen gedachten äußeren Deckeldruck, der das Rohr als Knickstab instabil werden ließe. Dieser Fall liegt z. B. bei Druckrohrleitungen in aufgelöster Bauweise mit Dehnstücken (Kompensatoren, Stopfbuchsen) vor. Erst die bei vorhandenen Deckeln auftretende Axialzugkraft kompensiert die Stabilitätsgefährdung.

**5 Kreiszyinderschalen mit abgestufter Wanddicke**

**5.1 Formelzeichen, Randbedingungen**

**(501) Geometrische Größen**

Es gelten sinngemäß die Bezeichnungen nach 4.1, Element 401, sowie folgende zusätzliche Bezeichnungen (siehe Bild 19a):

- $l_j$  Länge eines Zylinderschusses mit konstanter Wanddicke;
- $t_j$  konstante Wanddicke eines Zylinderschusses.

Dabei wird vorausgesetzt, dass die Wanddicke von einem Zylinderende zum anderen schussweise zunimmt.

Bei planmäßigem Versatz nach 5.2, Element 504, darf einheitlich mit einem mittleren Zylinderradius  $r$  gerechnet werden.

**(502) Beanspruchungsgrößen, Beulspannungen**

Es gelten sinngemäß die Bezeichnungen nach 4.1, Element 402, für

- a) Druckbeanspruchung in Axialrichtung,
- b) Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung.

ANMERKUNG Schubbeanspruchung von Kreiszyinderschalen mit abgestufter Wanddicke ist in dieser Norm nicht geregelt.

**(503) Randbedingungen**

Die folgenden Regeln gelten nur für radial unverschiebliche Ränder (RB 1 und RB 2 nach 4.1, Element 403). Es wird nicht zwischen RB 1 und RB 2 unterschieden.

ANMERKUNG Kreiszyinderschalen mit abgestufter Wanddicke und mit freiem Rand sind in dieser Norm nicht geregelt. Im Übrigen gelten die Anmerkungen für Kreiszyinderschalen mit konstanter Wanddicke (zu 4.1, Element 403) hier sinngemäß.

**5.2 Planmäßiger Versatz**

**(504)** Die folgenden Regeln gelten nur, wenn der planmäßig vorgesehene Versatz  $e_V$  zwischen Blechen benachbarter Zylinderschüsse (siehe Bild 18) die in Tabelle 4 angegebenen Werte zul  $e_V$  nicht überschreitet.

**Tabelle 4 — Zulässige planmäßige Versatzmaße**

		zul $e_V$
<b>Druck in Umfangsrichtung</b>		1,1 min $t$
Druck in Axialrichtung	ohne Innendruck bzw. mit Innendruck, wenn dessen beullasterhöhende Wirkung nicht angesetzt wird	0,5 (max $t - \min t$ ) oder 0,5 min $t^a$
	mit Innendruck, wenn dessen beullasterhöhende Wirkung nach Gleichung (53) angesetzt wird	0,5 (max $t - \min t$ ) oder 0,2 min $t^a$
<sup>a</sup> Der kleinere Wert ist maßgebend.		

ANMERKUNG Für Druck in Axialrichtung sind Abweichungen vom planmäßigen Versatzmaß unplanmäßige Exzentrizitäten (Herstellungsungenauigkeiten), für die der Toleranzwert nach Abschnitt 3, Element 304, einzuhalten ist. Abschnitt 3, Element 305, gilt sinngemäß. Überlappte Kreiszyinderschalen unter Druckbeanspruchung in Axialrichtung siehe 5.4, Element 514.

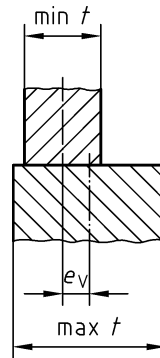


Bild 18 — Planmäßiger Versatz zwischen Blechen benachbarter Zylinderschüsse

### 5.3 Ideale Beulspannung

#### 5.3.1 Druckbeanspruchung in Axialrichtung

##### (505) Ersatz-Kreiszyylinder mit konstanter Wanddicke

Die idealen Axialbeulspannungen sind für jeden Zylinderschuss an einem gedachten Ersatz-Kreiszyylinder mit der Gesamtlänge  $l$  und der konstanten Wanddicke  $t = t_i$  nach 4.2.1 zu ermitteln.

##### (506) Kurze Kreiszyylinder

Beim Nachweis als Platte im Sinne von 4.3, Element 422, ist die abgestufte Wanddicke zu berücksichtigen.

##### (507) Lange Kreiszyylinder

In Gleichung (30) ist stets der Beiwert  $\eta = 1$  einzusetzen.

##### (508) Knicken von langen Kreiszyindern

Beim Nachweis als Stab nach 4.2.1, Element 409, ist die abgestufte Wanddicke zu berücksichtigen.

#### 5.3.2 Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung

##### (509) Dreischüssiger Ersatz-Kreiszyylinder

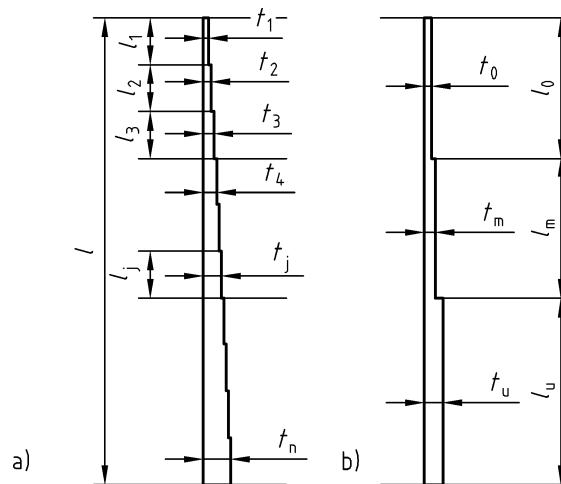
Es ist ein gedachter dreischüssiger Ersatz-Kreiszyylinder zu bilden (Bild 19 b). Seine fiktive obere Schusslänge  $l_0$  erstreckt sich bis zum oberen Rand jenes Schusses, dessen Wanddicke die 1,5fache kleinste Wanddicke  $t_1$  überschreitet, maximal bis  $l/2$ . Die beiden anderen fiktiven Schusslängen ergeben sich aus Gleichung (54).

$$l_m = l_0, \quad l_u = l - 2l_0 \quad \text{wenn} \quad l_0 \leq \frac{l}{3} \quad (54a)$$

$$l_m = l_u = 0,5 (l - l_0) \quad \text{wenn} \quad \frac{l}{3} < l_0 \leq \frac{l}{2} \quad (54b)$$

Die fiktiven Wanddicken  $t_0, t_m, t_u$  werden durch Mittelung über die fiktiven Schusslängen bestimmt.





**Bild 19 — Kreiszyinder mit abgestufter Wanddicke a) und dreischüssiger Ersatz Kreiszyinder b)**

ANMERKUNG Beispielsweise ergibt sich für den Kreiszyinder nach Bild 19 a mit  $t_4 > 1,5 t_1 > t_3$ :

$$l_0 = l_1 + l_2 + l_3$$

$$t_0 = (t_1 \cdot l_1 + t_2 \cdot l_2 + t_3 \cdot l_3) / l_0$$

### (510) Mittellange und kurze Kreiszyinder

Für mittellange und kurze Kreiszyinder mit abgestufter Wanddicke nach Bedingung (55) ist die ideale Umfangsbeulspannung für jeden Schuss mit Gleichung (56) zu bestimmen

$$\frac{l_0 / \beta}{r} \leq 1,63 \sqrt{\frac{r}{t_0}} \quad (55)$$

$$\sigma_{\varphi Si} = \frac{t_0}{t_j} 0,92 E \frac{r}{l_0 / \beta} \left( \frac{t_0}{r} \right)^{1,5} \quad (56)$$

Der Beiwert  $\beta$  ist mit Bild 20 aus den fiktiven Abmessungen des dreischüssigen Ersatz-Kreiszyinders zu bestimmen.

ANMERKUNG Gleichung (56) beschreibt den Umfangsdruckspannungszustand im Kreiszyinder mit abgestufter Wanddicke unter seinem idealen konstanten Mantelbeuldruck  $q_{Ki}$ . Letzterer wurde auf der Basis der klassischen linearen Beultheorie für den dreischüssigen Ersatz-Kreiszyinder ermittelt und kann gedeutet werden als idealer Mantelbeuldruck eines gedachten Kreiszyinders konstanter Wanddicke mit der rechnerischen Länge  $l^* = l_0 / \beta$ , der rechnerischen Wanddicke  $t^* = t_0$  und gelenkiger Randlagerung.

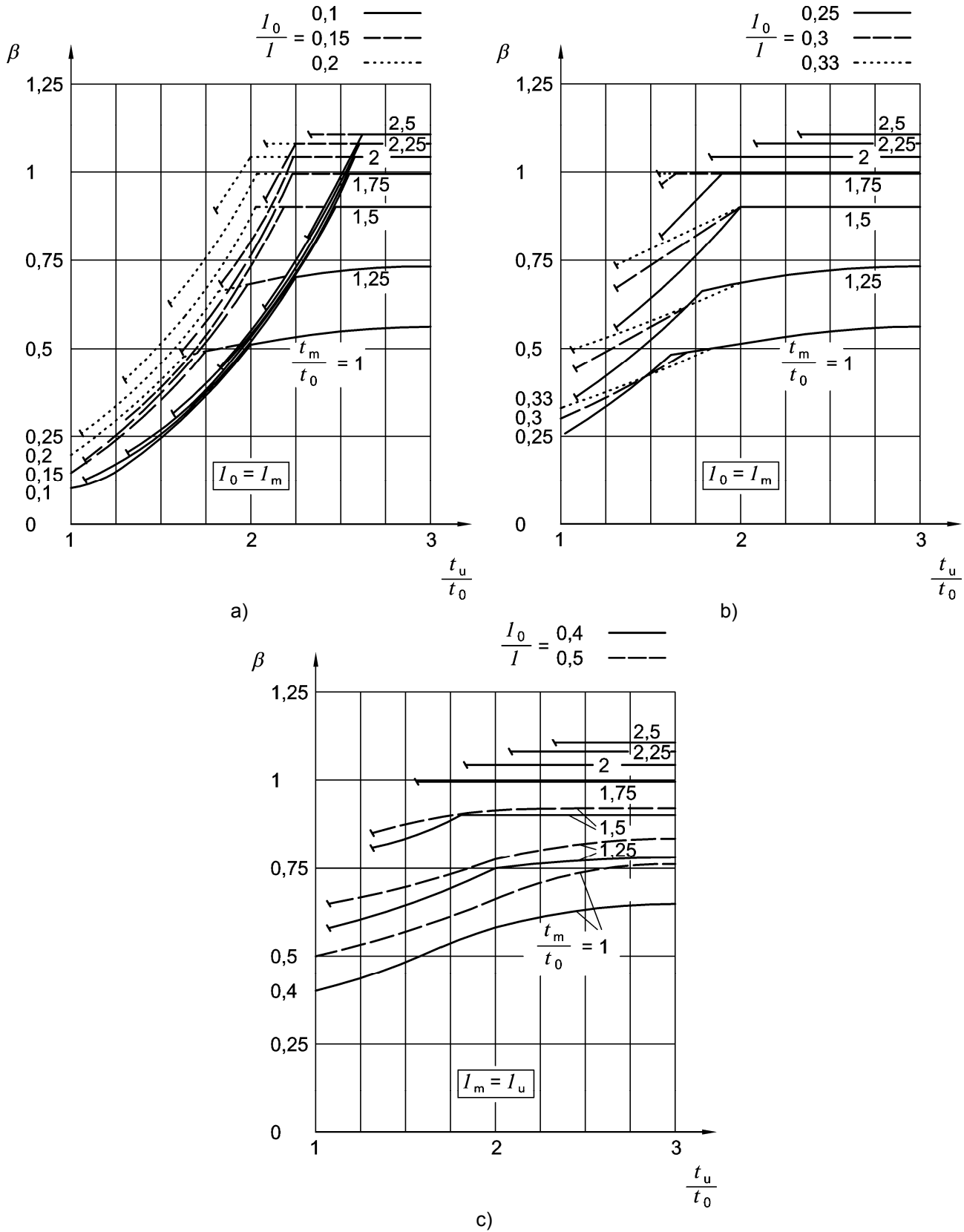


Bild 20 — Beiwert  $\beta$  zur Ermittlung der idealen Umfangsbeulspannung eines abgestuften Kreiszyllinders

**(511) Lange Kreiszyylinder**

Für lange Kreiszyylinder mit abgestufter Wanddicke nach Bedingung (57) ist die ideale Umfangsbeulspannung für jeden Schuss mit Gleichung (58) zu bestimmen.

$$\frac{l_0 / \beta}{r} > 1,63 \sqrt{\frac{r}{t_0}} \quad (57)$$

$$\sigma_{\varphi Si} = \frac{t_0}{t_j} E \left( \frac{t_0}{r} \right)^2 \left[ 0,275 + 2,03 \left( \frac{1}{\frac{l_0}{\beta \cdot r} \sqrt{\frac{t_0}{r}}} \right)^4 \right] \quad (58)$$

**(512) Lange Einzelschüsse**

Für lange Einzelschüsse nach Bedingung (59) ist zusätzlich  $\sigma_{\varphi Si}$  nach Gleichung (60) zu bestimmen.

$$\frac{l_j}{r} > 1,63 \sqrt{\frac{r}{t_j}} \quad (59)$$

$$\sigma_{\varphi Si} = E \left( \frac{t_j}{r} \right)^2 \left[ 0,275 + 2,03 \left( \frac{1}{\frac{l_j}{r} \sqrt{\frac{t_j}{r}}} \right)^4 \right] \quad (60)$$

**5.4 Reale Beulspannung****(513) Regelfälle**

Die realen Beulspannungen sind entsprechend 4.3 zu bestimmen.

**(514) Überlappte Kreiszyinderschalen unter Druckbeanspruchung in Axialrichtung**

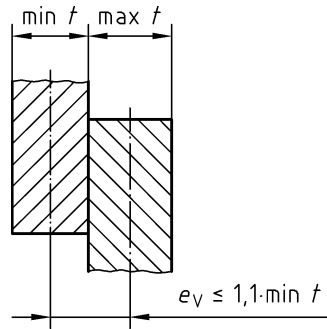
Für Kreiszyinderschalen, die aus geringfügig konischen Einzelschüssen unter Einhaltung der Bedingung (61) überlappt zusammengeschweißt oder -geschraubt werden, darf der Beulsicherheitsnachweis für Druckbeanspruchung in Axialrichtung mit  $\text{red } \kappa_2$  nach Gleichung (62) geführt werden.

$$\min t / \max t \geq 0,833 \quad (61)$$

$$\text{red } \kappa_2 = \kappa_2 (1 - \bar{\lambda}_{Sx} / 3) \min t / \max t \quad \text{für } \bar{\lambda}_{Sx} < 1,5 \quad (62a)$$

$$\text{red } \kappa_2 = \kappa_2 \cdot 0,5 \cdot \min t / \max t \quad \text{für } \bar{\lambda}_{Sx} \geq 1,5 \quad (62b)$$

Sind infolge eines inneren Manteldruckes  $q_i$  Umfangszugspannungen vorhanden, so darf unter Einhaltung der Regelungen in 4.5.2 in Gleichung (62)  $\kappa_{2q}$  statt  $\kappa_2$  eingesetzt werden.



**Bild 21 — Überlappte Kreiszyinderschalen**

**ANMERKUNG** Eine Überlappung stellt zwar auch bei Einhaltung von Bedingung (61) einen großen planmäßigen Versatz mit  $e_v = 1,0 \min t$  bis  $1,1 \min t$  dar und überschreitet damit die Summe aus zulässigem planmäßigem Versatzmaß  $e_v$  für Druck in Axialrichtung nach Tabelle 4 und doppeltem Exzentrizitäts-Toleranzwert nach Abschnitt 3, Element 304. Jedoch wird die beulfördernde Störung des Spannungszustandes durch die beulversteifende Wirkung der Überlappung soweit kompensiert, dass das Beulverhalten nicht schlechter ist, als das eines Kreiszyinders mit konstanter Wanddicke bei doppelter Überschreitung des Exzentrizitäts-Toleranzwertes im Sinne von Abschnitt 3, Element 305.

## 5.5 Spannungen infolge Einwirkungen

### (515) Maßgebende Membranspannung in Axialrichtung

Für Druckbeanspruchung in Axialrichtung ist der Beulsicherheitsnachweis nach Abschnitt 2, Element 207, für jeden Schuss mit seinem Größtwert der Membranspannung  $\sigma_x$  zu führen.

### (516) Maßgebende Membranspannung in Umfangsrichtung

Für Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung ist der Beulsicherheitsnachweis nach Abschnitt 2, Element 207, für jeden Schuss mit seiner Membranspannung  $\sigma_\varphi^*$ , nach Gleichung (63) zu führen.

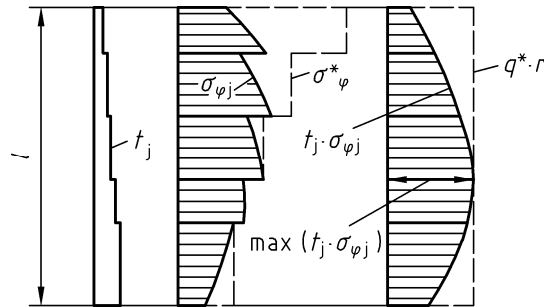
$$\sigma_\varphi^* = \frac{1}{t} \cdot \max [t_j \cdot \sigma_{\varphi j}] \tag{63}$$

Dabei ist

$\max [t_j \cdot \sigma_{\varphi j}]$  Größtes im gesamten Zylinder vorhandene Produkt aus Umfangsdruckspannung und Wanddicke;

$t$  Wanddicke im betrachteten Schuss.

**ANMERKUNG** Gleichung (63) bedeutet bei in Axialrichtung veränderlicher Umfangsdruckkraft  $n_{\varphi j} = t_j \cdot \sigma_{\varphi j}$ , dass der Nachweis für einen gedachten einhüllenden konstanten Manteldruck  $q^* = \max n_{\varphi j} / r$  (siehe Bild 22) geführt wird. Dieses Vorgehen liegt umso mehr auf der sicheren Seite, je veränderlicher die Umfangsdruckkraft ist, insbesondere, wenn ihr Größtwert im dickeren Bereich des Zylinders auftritt. Es sei in diesem Zusammenhang auf Abschnitt 2, Element 201, 2. Absatz, hingewiesen.



**Bild 22 — Einhüllender konstanter Manteldruck bei Kreiszyindern mit abgestufter Wanddicke unter Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung**

**(517) Ersatzwindbelastung für die Ermittlung der Umfangsdruckspannung**

4.4, Element 424, gilt sinngemäß, wenn in Gleichung (46) anstelle von  $\delta$  nach Gleichung (47)  $\delta^*$  nach Gleichung (64) eingesetzt wird.

$$\delta^* = 0,46 (1 + 0,037 m_B) \quad (64)$$

Hierin ist  $m_B$  nach Gleichung (65) zu bestimmen:

$$\text{Für } \frac{t_u}{t_0} \leq 0,4 \left( \frac{t_m}{t_0} + \frac{0,2}{l_0/l} + 2 \right): \quad m_B = 2,74 \sqrt{\frac{r}{l}} \sqrt{\frac{r}{t_m^*}} \quad (65a)$$

$$\text{mit } t_m^* = (t_0 \cdot l_0 + t_m \cdot l_m + t_u \cdot l_u) / l$$

$$\text{Für } \frac{t_u}{t_0} > 0,4 \left( \frac{t_m}{t_0} + \frac{0,2}{l_0/l} + 2 \right): \quad m_B = 2,74 \cdot \beta \left( 0,92 + \frac{0,38}{(t_m/l_0)^6} \right) \sqrt{\frac{r}{l_0}} \sqrt{\frac{r}{t_0}} \quad (65b)$$

mit  $\beta$  nach Bild 20.

ANMERKUNG Der Wert  $m_B$  gibt näherungsweise die Umfangsbeulwellenzahl der Kreiszyylinder mit abgestufter Wanddicke unter konstantem Manteldruck an.

**(518) Manteldruck bei sehr kurzen Kreiszyindern**

4.4, Element 425, gilt hier nicht.

**5.6 Kombinierte Beanspruchung**

**5.6.1 Druck in Axialrichtung und Druck in Umfangsrichtung**

**(519) Interaktionsbedingung**

Bei gleichzeitiger Wirkung von Axialdruckspannungen  $\sigma_x$  und Umfangsdruckspannungen  $\sigma_\varphi$  ist außer den Einzelnachweisen nach Abschnitt 2, Element 207, bzw. 5.5, Elemente 515 und 516, für jeden Schuss ein Nachweis nach der Interaktionsbedingung (50) zu führen.

**(520) Zu kombinierende Membranspannungen**

In die Interaktionsbedingung (50) sind für jeden Schuss sein Größtwert der Membranspannung  $\sigma_x$  und sein Wert der Membranspannung  $\sigma_\varphi^*$  einzusetzen.

Treten Größtwerte  $\sigma_x$  oder das für die Ermittlung von  $\sigma_\varphi^*$  nach Gleichung (63) maßgebende größte Produkt  $\max [t_j \cdot \sigma_{\varphi j}]$  innerhalb eines der beiden randnahen Bereiche der Längen  $l_{R1}$  nach Gleichung (66) und  $l_{Rn}$  nach Gleichung (67) auf, so dürfen an ihrer Stelle in die Interaktionsbedingung (50) als maßgebende Membranspannungen die in der verbleibenden freien Länge  $(l - l_{R1} - l_{Rn})$  sinngemäß ermittelten Spannungswerte  $\sigma_x$  und  $\sigma_\varphi^*$  eingesetzt werden.

Randnaher Bereich am Rand mit der kleinsten Wanddicke:

$$l_{R1} = 0,10 l_0 / \beta \tag{66a}$$

jedoch

$$l_{R1} \leq 0,16 r \sqrt{\frac{r}{t_0}} \tag{66b}$$

Randnaher Bereich am Rand mit der größten Wanddicke:

$$l_{Rn} = 0,10 l \tag{67a}$$

jedoch

$$l_{Rn} \leq 0,16 r \sqrt{\frac{r}{t_n}} \tag{67b}$$

ANMERKUNG Es gelten sinngemäß die Anmerkungen zu 4.5.1, Element 427. Eine zusätzliche Erleichterung für die zu kombinierenden Membranspannungen bei langen Kreiszyindern mit abgestufter Wanddicke ähnlich Gleichung (52) lässt sich wegen der Vielfalt der möglichen Schuss-Kombinationen hier nicht angeben.

**5.6.2 Druck in Axialrichtung und Zug in Umfangsrichtung aus innerem Manteldruck**

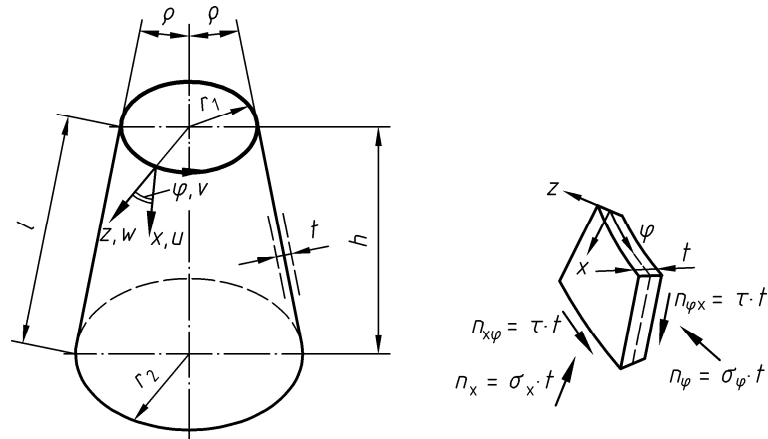
(521) 4.5.2 gilt sinngemäß.

**6 Kegelschalen mit konstanter Wanddicke**

**6.1 Formelzeichen, Randbedingungen**

**(601) Geometrische Größen**

- $h$  Kegelhöhe;
- $l$  Kegelmantellänge;
- $r = r(x), r_1, r_2$  Breitenkreisradien der Kegelmittelfläche;
- $\rho$  halber Öffnungswinkel.



**Bild 23 — Geometrie und Schnittkräfte der Kegelschale**

ANMERKUNG Kegelschalen mit abgestufter Wanddicke sind in dieser Norm nicht geregelt.

### (602) Beanspruchungsgrößen, Beulspannungen

#### a) Druckbeanspruchung in Meridianrichtung

- $\sigma_x$  Meridiandruckspannung
- $\sigma_{xSi}$  ideale Meridianbeulspannung
- $\sigma_{xS,R,k}$  reale Meridianbeulspannung

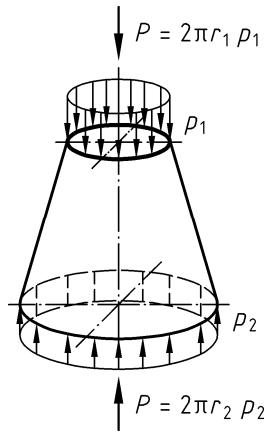
#### b) Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung

- $\sigma_\varphi$  Umfangsdruckspannung
- $\sigma_{\varphi Si}$  ideale Umfangsbeulspannung
- $\sigma_{\varphi S,R,k}$  reale Umfangsbeulspannung

#### c) Schubbeanspruchung

- $\tau$  Schubspannung
- $\tau_{Si}$  ideale Schubbeulspannung
- $\tau_{S,R,k}$  reale Schubbeulspannung

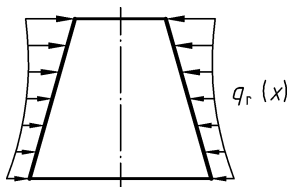
ANMERKUNG Beispiele für die verschiedenen Beanspruchungen sind in den Bildern 24 und 25 angegeben.



$$\sigma_x = \frac{P}{2\pi \cdot r \cdot t \cdot \cos \rho}$$

$$\sigma_\varphi = 0$$

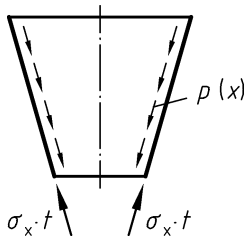
a) Konstante Axiallast



$$\sigma_x = 0$$

$$\sigma_\varphi = q_r(x) \cdot \frac{r}{t}$$

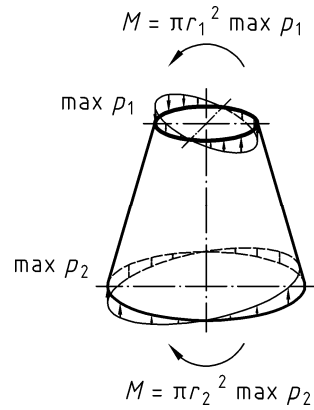
c) In Meridianrichtung veränderliche rotationssymmetrische Radiallast



$$\sigma_x = \frac{1}{\left(x + \frac{r_1}{\sin \rho}\right) t} \int p(x) \left(x + \frac{r_1}{\sin \rho}\right) dx$$

$$\sigma_\varphi = 0$$

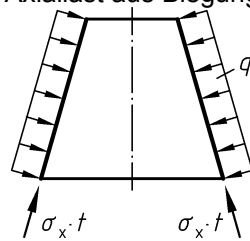
e) In Meridianrichtung veränderliche Wandreibungslast (z. B. aus Silobelastung)



$$\max \sigma_x = \frac{M}{\pi \cdot r^2 \cdot t \cdot \cos \rho}$$

$$\sigma_\varphi = 0$$

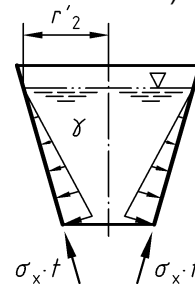
b) In Umfangsrichtung sinusförmig veränderliche Axiallast aus Biegung



$$\sigma_x = \frac{q \cdot r}{2 \cdot t \cdot \cos \rho} \left[ 1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \right]$$

$$\sigma_\varphi = \frac{q \cdot r}{t \cdot \cos \rho}$$

d) Konstanter rotationssymmetrischer Manteldruck (z. B. aus allseitigem Außendruck oder innerem Unterdruck)



$$\sigma_x = \frac{\gamma \cdot r}{t \cdot \sin \rho} \left\{ \frac{r'_2}{2} \left[ \frac{1}{3} \left(\frac{r'_2}{r}\right)^2 - 1 \right] + \frac{r}{3} \right\}$$

$$\sigma_\varphi = -\frac{\gamma \cdot r}{t \cdot \sin \rho} (r'_2 - r)$$

(Zug)

f) Flüssigkeitsfüllung mit  $\gamma$  = Wichte der Flüssigkeit

Bild 24 — Beispiele für Druckbeanspruchung in Meridian- und Umfangsrichtung



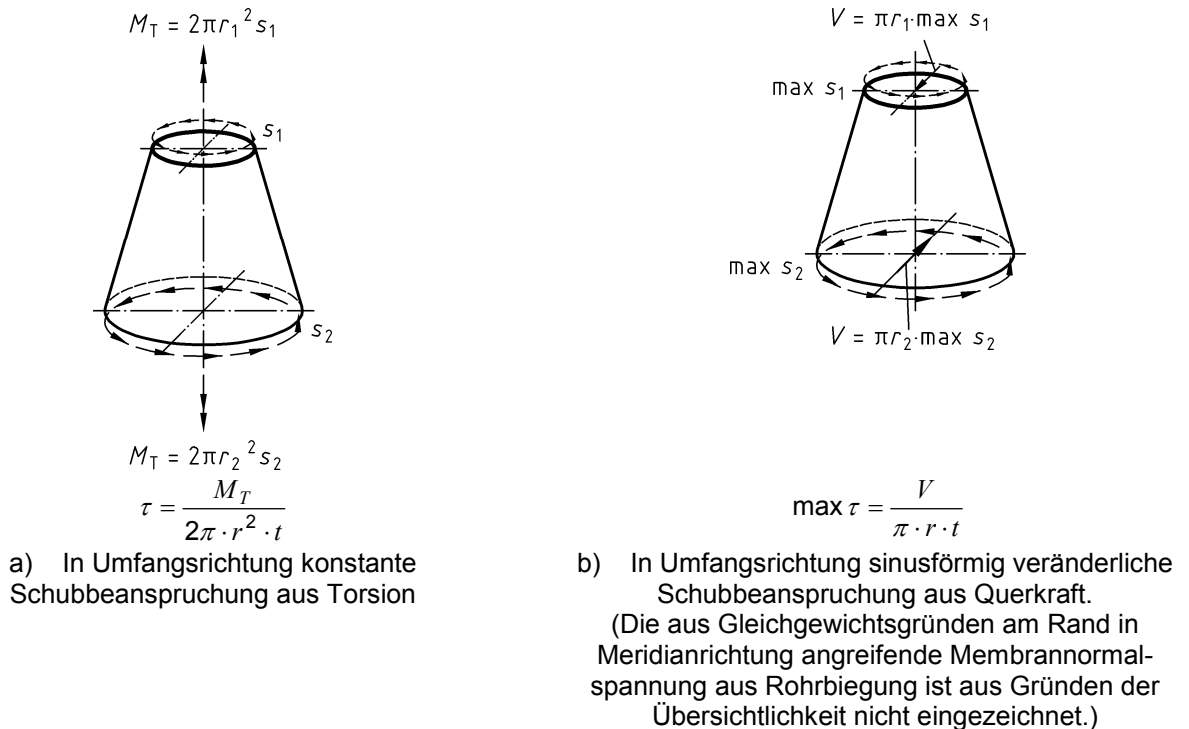


Bild 25 — Beispiele für Schubbeanspruchung

### (603) Randbedingungen

Für Kegel werden nur die folgenden Randbedingungen (RB) unterschieden:

RB 1: radial unverschieblicher, axial unverschieblicher (wölbbehinderter), bei kurzen Schalen zusätzlich eingespannter Rand

RB 2: radial unverschieblicher, axial verschieblicher (wölbfreier), gelenkiger Rand

ANMERKUNG 1 Kegelschalen mit freiem Rand sind in dieser Norm nicht geregelt. Im Übrigen gelten die Anmerkungen für Kreiszyinderschalen (zu 4.1, Element 403) hier sinngemäß.

ANMERKUNG 2 Kegelschalen, die am kleineren Rand aufgelagert sind (siehe z. B. Bild 24 e) und f)), sind hinsichtlich ihrer Druckbeanspruchung in Meridianrichtung empfindlich gegen Lastexzentrizitäten.

## 6.2 Ideale Beulspannung

### 6.2.1 Ersatz-Kreiszyylinder

(604) Die idealen Beulspannungen für Kegelschalen mit  $\rho \leq 60^\circ$  sind wie für gedachte Ersatz-Kreiszyylinder mit der rechnerischen Länge  $l^*$  und dem rechnerischen Radius  $r^*$  ihrer Mittelfläche zu bestimmen. Die Längen  $l^*$  und Radien  $r^*$  sind von der Beanspruchungsart abhängig.

ANMERKUNG Für Kegel mit  $\rho > 60^\circ$  wird der Gültigkeitsbereich der nachfolgenden Näherungsformeln für die idealen Beulspannungen verlassen. Mit der Einführung rechnerischer Längen  $l^*$  und rechnerischer Radien  $r^*$  für Kegelschalen wird erreicht, dass der Beulsicherheitsnachweis für Kegelschalen formal wie für Kreiszyinderschalen geführt werden kann. Das bedeutet, dass in den Regelungen des Abschnittes 4 jeweils  $l^*$  an die Stelle von  $l$  und  $r^*$  an die Stelle von  $r$  tritt. Die in den Elementen 605, 608 und 610 angegebenen Gleichungen für  $l^*$  und  $r^*$  wurden aus der linearen Beultheorie der Kegelschale hergeleitet.

### 6.2.2 Druckbeanspruchung in Meridianrichtung

#### (605) Rechnerische Maße $l^*$ und $r^*$

Bei Druckbeanspruchung in Meridianrichtung beträgt die rechnerische Länge

$$l^* = l \tag{68}$$

und der rechnerische Radius

$$r^* = \frac{r}{\cos \rho} \tag{69}$$

ANMERKUNG  $r^*$  nach Gleichung (69) wird in die Gleichungen (25) bis (30) an Stelle von  $r$  eingesetzt.

#### (606) Knicken von langen Kegeln

Für lange Kegel braucht außer dem Beulsicherheitsnachweis nur dann ein Nachweis als Stab nach DIN 18800-2 im Sinne von 4.2.1, Element 409, geführt zu werden, wenn Bedingung (70) erfüllt ist.

$$\frac{l^*}{r_1 + r_2} 2 \cos \rho > 0,5 \sqrt{\frac{r_1 + r_2}{2 l \times \cos \rho}} \tag{70}$$

#### (607) Sehr lange Kegel

4.2.1, Element 410, darf für sehr lange Kegel nicht angewendet werden.

### 6.2.3 Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung

#### (608) Rechnerische Maße $l^*$ und $r^*$

Bei Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung beträgt die rechnerische Länge

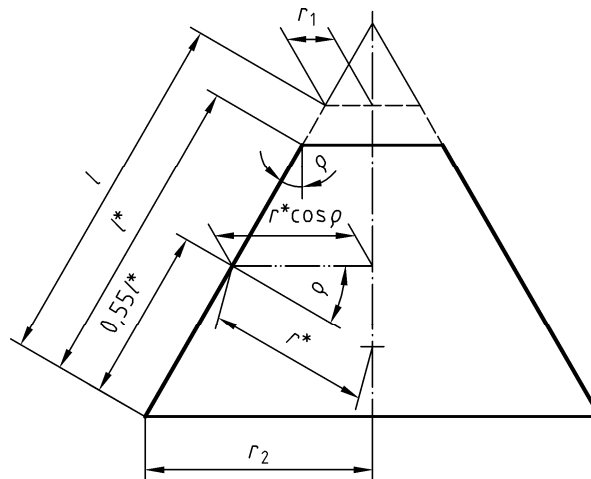
$$l^* = l \tag{71a}$$

jedoch

$$l^* \leq \frac{r_2}{\sin \rho} \left( 0,53 + 0,125 \frac{\rho}{180} \cdot \pi \right) \tag{71b}$$

Der rechnerische Radius beträgt

$$r^* = \frac{r_2 - 0,55 l^* \sin \rho}{\cos \rho} \tag{72}$$



**Bild 26 — Zur Bestimmung von  $r^*$  bei Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung**

ANMERKUNG  $l^*$  nach Gleichung (71) und  $r^*$  nach Gleichung (72) werden in die Gleichungen (32) bis (36) und in Tabelle 2 an Stelle von  $l$  und  $r$  eingesetzt.

### (609) Kombination der Randbedingungen

Beim Nachweis nach 4.2.2 dürfen nur die Fälle 1 (RB 1 — RB 1) und 3 (RB 2 — RB 2) der Tabelle 2 angewendet werden.

### 6.2.4 Schubbeanspruchung

(610) Bei Schubbeanspruchung von Kegelschalen nach Bedingung (75) beträgt die rechnerische Länge

$$l^* = l \quad (73)$$

und der rechnerische Radius

$$r^* = 0,5 (r_1 + r_2) \frac{1}{\cos \rho} \left[ 1 - \left( \frac{1}{r_2} \sin \rho \right)^{2,5} \right]^{0,4} \quad (74)$$

$$\frac{l \cdot \sin \rho}{r_2} \leq 0,8 \quad (75)$$

ANMERKUNG 1  $l^*$  nach Gleichung (73) und  $r^*$  nach Gleichung (74) werden in die Gleichungen (37) bis (42) an Stelle von  $l$  und  $r$  eingesetzt.

ANMERKUNG 2 Für Kegelschalen, die Bedingung (75) nicht erfüllen (z. B. Kegelschalen mit geschlossener Spitze), gilt Gleichung (74) nicht.

### 6.3 Reale Beulspannung

(611) Die realen Beulspannungen sind nach 4.3 zu bestimmen.

## 6.4 Spannungen infolge Einwirkungen

### (612) Maßgebende Membranspannung in Meridianrichtung

Für Druckbeanspruchung in Meridianrichtung ist der Beulsicherheitsnachweis nach Abschnitt 2, Element 207 an den maßgebenden Stellen mit dem jeweiligen Größtwert der Membranspannung  $\sigma_x$  zu führen.

Dabei darf ein gegebenenfalls aus konstantem Manteldruck resultierender Anteil der Meridiandruckspannung unberücksichtigt bleiben.

ANMERKUNG 1 Die maßgebenden Membranspannungen sind nach DIN 18800-1 und 1.5, Element 113, stets mit den Bemessungswerten der Einwirkungen zu ermitteln.

ANMERKUNG 2 Bei in Meridianrichtung einsinnig stetig veränderlichen Meridiandruckspannungen (siehe z. B. Bild 24 a) reicht es in der Regel aus, den Nachweis mit  $r_1$  und  $r_2$  an den beiden Rändern zu führen.

ANMERKUNG 3 Die aus konstantem Manteldruck bei Auflagerung am größeren Rand resultierende Meridiandruckspannung (siehe Bild 24 d)) ist bereits in der Herleitung der Gleichung (72) für den rechnerischen Zylinderradius enthalten. Dagegen muss die bei einem geschlossenen Kegel unter allseitigem Außendruck infolge des Deckeldruckes  $q r_1^2 \pi$  entstehende Meridiandruckspannung angesetzt werden.

### (613) Maßgebende Membranspannung in Umfangsrichtung

Für Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung ist der Nachweis mit der Membranspannung  $\sigma_\varphi^*$  nach Gleichung (76) zu führen.

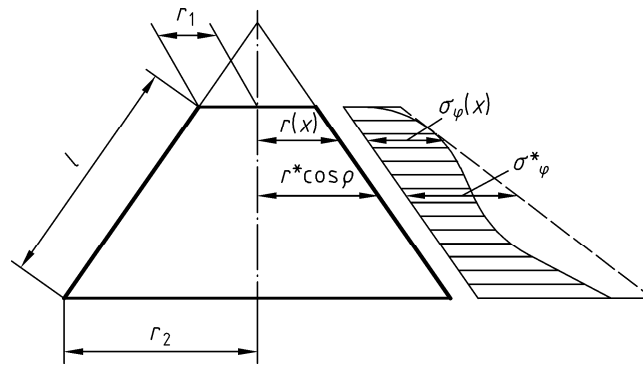
$$\sigma_\varphi^* = r^* \cos \rho \cdot \max \left[ \frac{\sigma_\varphi(x)}{r(x)} \right] \quad (76)$$

Dabei ist

$$\max \left[ \frac{\sigma_\varphi(x)}{r(x)} \right] \quad \text{Größter im gesamten Kegel vorhandener Quotient aus Umfangsdruckspannung und Breitenkreisradius;}$$

$r^*$  rechnerischer Radius nach Gleichung (72).

ANMERKUNG  $\sigma_\varphi^*$  nach Gleichung (76) stellt die Umfangsdruckspannung an der Stelle des rechnerischen Zylinderradius  $r^*$  nach Gleichung (72) dar, welche sich aus einem gedachten, die tatsächliche Umfangsdruckbeanspruchung einhüllenden, konstanten Manteldruck ergibt (Bild 27). Dieses Vorgehen liegt umso mehr auf der sicheren Seite, je stärker die Veränderlichkeit der Umfangsdruckspannung in Meridianrichtung von derjenigen unter konstantem Manteldruck abweicht.



**Bild 27 — Einhüllender konstanter Manteldruck bei Kegeln unter Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung**

**(614) Maßgebende Membranschubspannung**

Für Schubbeanspruchung ist der Nachweis mit der Membranschubspannung  $\tau^*$  nach Gleichung (77) zu führen.

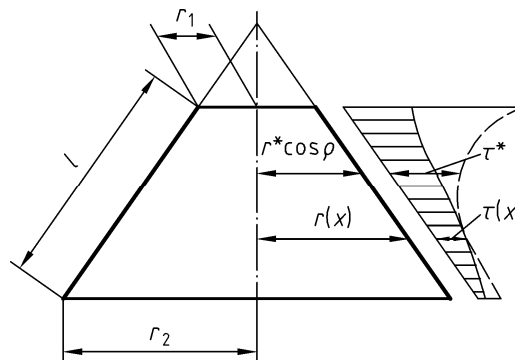
$$\tau^* = \frac{1}{(r^* \cdot \cos \rho)^2} \max [\tau(x) \cdot r(x)^2] \tag{77}$$

Dabei ist

$\max [\tau(x) \cdot r(x)^2]$  Größtes im gesamten Kegel vorhandenes Produkt aus Schubspannung und Quadrat des Breitenkreisradius;

$r^*$  rechnerischer Radius nach Gleichung (74).

ANMERKUNG  $\tau^*$  nach Gleichung (77) stellt die Schubspannung an der Stelle des rechnerischen Zylinderradius  $r^*$  nach Gleichung (74) dar, welche sich aus einem gedachten, die tatsächliche Schubbeanspruchung einhüllenden, konstanten Torsionsmoment ergibt (Bild 28). Dieses Vorgehen liegt umso mehr auf der sicheren Seite, je stärker die Veränderlichkeit der Schubspannung in Meridianrichtung von derjenigen unter konstantem Torsionsmoment abweicht.



**Bild 28 — Einhüllendes konstantes Torsionsmoment bei Kegeln unter Schubbeanspruchung**

**(615) Ersatz-Windbelastung für die Ermittlung der Umfangsdruckspannung**

Für Kegelschalen mit  $\rho \leq 10^\circ$  gilt 4.4, Element 424, sinngemäß mit  $l^*$  und  $r^*$  nach Gleichung (71) und (72) anstelle von  $l$  und  $r$ .

ANMERKUNG Für Kegelschalen mit  $\rho > 10^\circ$  ist die Windbelastung komplexer, so dass für den Beulsicherheitsnachweis keine vereinfachte rotationssymmetrische Ersatz-Windbelastung angegeben werden kann.

**6.5 Kombinierte Beanspruchung**

**6.5.1 Druck in Meridianrichtung, Druck in Umfangsrichtung und Schub**

**(616) Interaktionsbedingung**

Bei gleichzeitiger Wirkung von Meridiandruckspannungen  $\sigma_x$ , Umfangsdruckspannungen  $\sigma_\varphi$  und Schubspannungen  $\tau$  ist außer den Einzelnachweisen nach Abschnitt 2, Element 207, bzw. 6.4, Elemente 612 bis 614, ein Nachweis nach der Interaktionsbedingung (50) zu führen.

**(617) Zu kombinierende Membranspannungen**

In die Interaktionsbedingung (50) sind der Größtwert des Membranspannungsquotienten  $\sigma_x / \sigma_{xS,R,d}$  sowie die Membranspannungen  $\sigma_\varphi^*$  und  $\tau^*$  einzusetzen.

Treten Größtwerte  $\sigma_x / \sigma_{xS,R,d}$  oder die für die Ermittlung von  $\sigma_\varphi^*$  und  $\tau^*$  nach Gleichung (76) und (77) maßgebenden größten Kenngrößen  $\max [\sigma_\varphi(x) / r(x)]$  und  $\max [\tau(x) \cdot r(x)^2]$  innerhalb eines der beiden randnahen Bereiche der Längen  $l_{R1}$  nach Gleichung (78) und  $l_{R2}$  nach Gleichung (79) auf, so dürfen an ihrer Stelle in die Interaktionsbedingung (50) als maßgebende Membranspannungen die in der verbleibenden freien Länge  $(l - l_{R1} - l_{R2})$  sinngemäß ermittelten Spannungswerte  $\sigma_x / \sigma_{xS,R,d}$ ,  $\sigma_\varphi^*$  und  $\tau^*$  eingesetzt werden.

Randnaher Bereich am kleineren Rand:

$$l_{R1} = 0,10 l \tag{78a}$$

jedoch

$$l_{R1} \leq 0,16 C_\varphi \cdot r^* \sqrt{r^* / t} \tag{78b}$$

Randnaher Bereich am größeren Rand:

$$l_{R2} = 0,10 l^* \tag{79a}$$

jedoch

$$l_{R2} \leq 0,16 C_\varphi \cdot r^* \sqrt{r^* / t} \tag{79b}$$

mit  $l^*$  und  $r^*$  nach Gleichung (71) und (72).

ANMERKUNG 1 Es gelten sinngemäß die Anmerkungen zu 4.5.1, Element 427. Eine zusätzliche Erleichterung für die zu kombinierenden Membranspannungen bei langen Kegeln ähnlich Gleichung (52) lässt sich wegen der Vielfalt der möglichen Parameterkombinationen hier nicht angeben.

ANMERKUNG 2 Es wird auf den bei Schalen neben dem Beulsicherheitsnachweis nach dieser Norm stets parallel zu führenden Vergleichsspannungsnachweis hingewiesen (vergleiche 1.5, Element 113). Dieser ist bei Kegelschalen wegen der in Meridianrichtung komplexeren Spannungsverläufe besonders wichtig.

**6.5.2 Druck in Meridianrichtung und Zug in Umfangsrichtung aus innerem Manteldruck**

(618) 4.5.2 gilt sinngemäß, jedoch nicht für Kegelschalen mit  $r_1 / r_2 < 0,2$ , die am kleineren Rand aufgelagert sind.

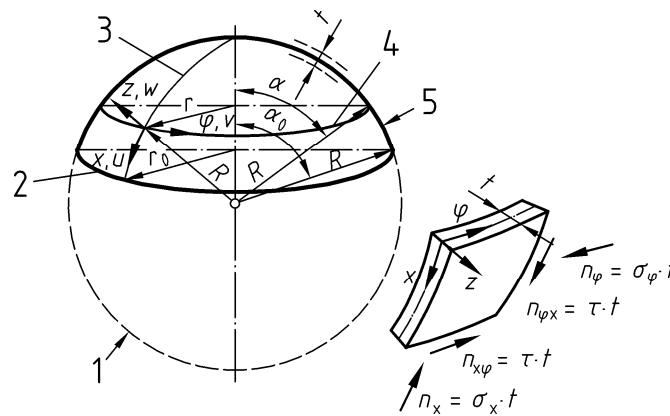
ANMERKUNG Beispiele hierfür sind die Bilder 24 e) und 24 f).

**7 Kugelschalen mit konstanter Wanddicke**

**7.1 Formelzeichen, Randbedingungen**

**(701) Geometrische Größen**

- $R$  Radius der Kugelmittelfläche;
- $r = r(x)$  Breitenkreisradius der Kugelmittelfläche;
- $\alpha$  Winkelkoordinate in der Meridianebene;
- $r_0$  Grundkreisradius der Kugelkalotte;
- $\alpha_0$  halber Öffnungswinkel der Kugelkalotte.



**Legende**

- 1 Vollkugel
- 2 Grundkreis
- 3 Meridian
- 4 Breitenkreis
- 5 Kugelkalotte

**Bild 29 — Geometrie und Schnittkräfte der Kugelschale**

ANMERKUNG Kugelschalen mit abgestufter Wanddicke sind in dieser Norm nicht geregelt.

**(702) Beanspruchungsgrößen, Beulspannungen**

a) Druckbeanspruchung in Meridianrichtung

$\sigma_x$  Meridiandruckspannung

$\sigma_{xSi}$  ideale Meridianbeulspannung

$\sigma_{xS,R,k}$  reale Meridianbeulspannung

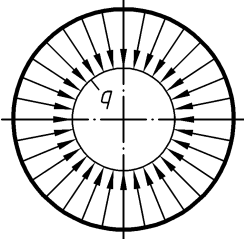
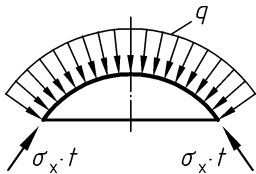
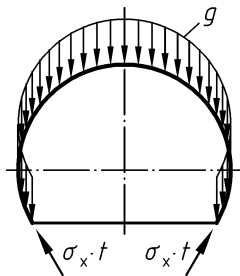
b) Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung

$\sigma_\varphi$  Umfangsdruckspannung

$\sigma_{\varphi Si}$  ideale Umfangsbeulspannung

$\sigma_{\varphi S,R,k}$  reale Umfangsbeulspannung

ANMERKUNG Beispiele für die verschiedenen Beanspruchungen enthält Bild 30.

		
$\sigma_x = \sigma_\varphi = q \cdot \frac{R}{2t}$	$\sigma_x = \sigma_\varphi = q \cdot \frac{R}{2t}$	$\sigma_x = \frac{g \cdot R}{t} \cdot \frac{1}{1 + \cos \alpha}$ $\sigma_\varphi = \frac{g \cdot R}{t} \left( \cos \alpha - \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right)$
<p>a) Vollkugel unter innerem Unterdruck</p>	<p>b) Kugelkalotte unter konstantem Außendruck</p>	<p>c) Teilkugel unter Eigengewicht</p>

**Bild 30 — Beispiele für Druckbeanspruchung in Kugelschalen**

**(703) Randbedingungen**

Es werden die folgenden Randbedingungen (RB) unterschieden.

RB 1: Vollkugel, nicht oder ringförmig tangential gelagert (Membranlagerung)

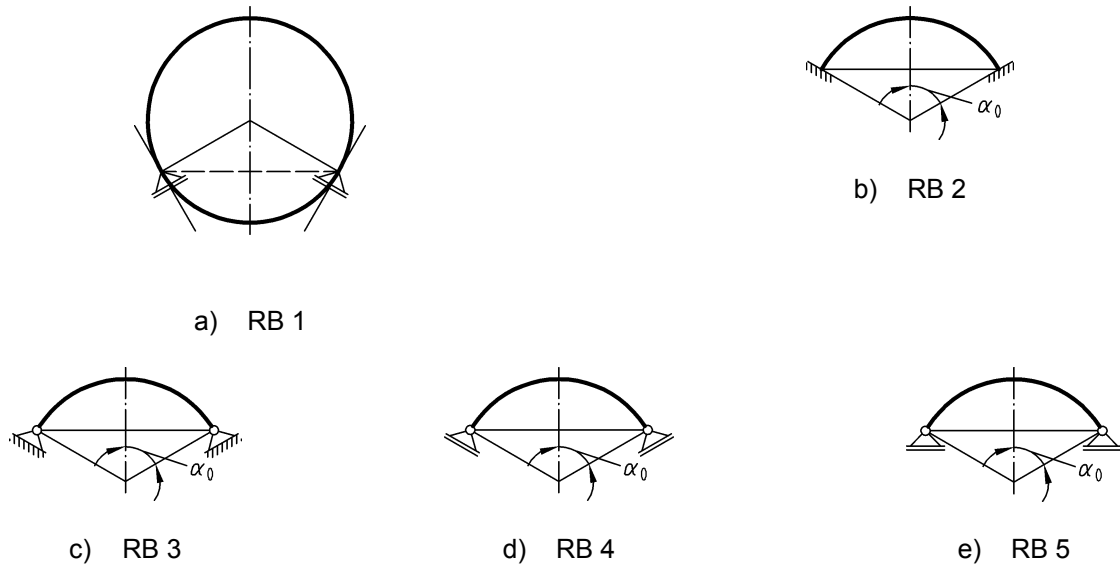
RB 2: Kugelkalotte, eingespannt unverschieblicher Rand

RB 3: Kugelkalotte, gelenkig unverschieblicher Rand

RB 4: Kugelkalotte, normal zur Kugelmittelfläche radial verschieblicher Rand (Membranlagerung)

RB 5: Kugelkalotte, in Grundkreisebene radial verschieblicher Rand





**Bild 31 — Erfasste Randbedingungen**

## 7.2 Ideale Beulspannung

### (704) Kein Nachweis erforderlich

Für Kugelschalen nach Bedingung (80) und Kugelkalotten nach Bedingung (81) braucht kein Beulsicherheitsnachweis geführt zu werden.

$$\frac{R}{t} \leq \frac{E}{25 f_{y,k}} C_K \quad (80)$$

mit  $C_K$  nach Tabelle 5

$$\frac{r_0}{R} \leq \frac{1,1}{\sqrt{R/t}} \quad (81)$$

### (705) Ideale Beulspannung

Die ideale Beulspannung ist mit Gleichung (82) bzw. (83) zu bestimmen, wobei der Beiwert  $C_K$  in Abhängigkeit von den Randbedingungen Tabelle 5 zu entnehmen ist.

$$\sigma_{xSi} = 0,605 C_K \cdot E \frac{t}{R} \quad (82)$$

$$\sigma_{\varphi Si} = 0,605 C_K \cdot E \frac{t}{R} \quad (83)$$

**Tabelle 5 — Beiwerte  $C_K$**

RB	1	2	3	4	5
$C_K$	1,0	0,8	0,7	0,4	0,2
Gültigkeitsbereich	—	$\alpha_0 \leq 135^\circ$			$\alpha_0 \leq 60^\circ$

ANMERKUNG Gleichung (82) bzw. (83) entspricht mit  $C_K = 1,0$  dem auf der Basis der klassischen linearen Beultheorie ermittelten idealen Beuldruck  $q_{Si}$  einer Vollkugel unter konstantem Außendruck („Zoelly-Formel“). Der Beiwert  $C_K$  erfasst den durch die Biegestörungen bzw. Verschieblichkeiten an den Rändern von Kugelkalotten verursachten Abfall des idealen Beuldruckes. Dieser ist bei einer in Grundkreisebene verschieblich gelagerten Kugelkalotte besonders stark.

### 7.3 Reale Beulspannung

(706) Die reale Beulspannung beträgt für Kugelschalen

$$\sigma_{xS,R,k} = \kappa_2 \cdot f_{y,k} \quad (84)$$

$$\sigma_{\phi S,R,k} = \kappa_2 \cdot f_{y,k} \quad (85)$$

mit  $\kappa_2$  nach Gleichung (8), ermittelt mit  $\bar{\lambda}_{Sx}$  nach Gleichung (1) bzw.  $\bar{\lambda}_{S\phi}$  nach Gleichung (2).

### 7.4 Spannungen infolge Einwirkungen

(707) Der Beulsicherheitsnachweis nach Abschnitt 2, Element 207, für konstante oder stetig veränderliche Flächenlasten ist mit den Größtwerten der daraus berechneten Membranspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_\phi$  zu führen.

ANMERKUNG 1 Linien- oder punktförmig konzentrierte Belastungen auf Kugelschalen sind in dieser Norm nicht geregelt.

ANMERKUNG 2 In der Regel reicht es für den Beulsicherheitsnachweis aus, die Membranspannungen unter Vernachlässigung der tatsächlichen Randbedingungen (siehe 7.1, Element 703) nach der Membrantheorie zu berechnen. Dies gilt jedoch nicht unbedingt auch für den Vergleichsspannungsnachweis.

### 7.5 Kombinierte Beanspruchung

(708) Druck in Meridianrichtung und Druck in Umfangsrichtung

Ein Interaktionsnachweis braucht nicht geführt zu werden.

ANMERKUNG Das beulfördernde Zusammenwirken der beiden Druckspannungen ist bereits dadurch in ungünstigster Weise berücksichtigt, dass den Einzelnachweisen die Beulspannungen für konstanten Außendruck mit in beiden Richtungen gleich großen Membranspannungskomponenten zugrunde gelegt werden.

(709) Druck in Meridianrichtung und Zug in Umfangsrichtung

Eine Berücksichtigung der beullasterhöhenden Wirkung von Umfangszugspannungen mit Hilfe des Abminderungsfaktors  $\kappa_{2q}$  nach 4.5.2, Element 429, ist nicht zulässig.

ANMERKUNG Einfache Regeln für die Erfassung der möglichen beullasterhöhenden Wirkung von Umfangszugspannungen lassen sich für Kugelschalen nicht angeben. Auf den parallel zum Beulsicherheitsnachweis nach dieser Norm stets zu führenden Vergleichsspannungsnachweis nach DIN 18800-1 wird besonders hingewiesen (vergleiche 1.5, Element 113).

## Literaturhinweise

- [1] ECCS — Techn. Working Group 8.4: Buckling of Steel Shells, European Recommendations, 4th edition (1988)<sup>2)</sup>
- [2] Beuth-Kommentare; Stahlbauten; Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4, Hrsg.: J. Lindner, J. Scheer, H. Schmidt. 3. Auflage, Ernst & Sohn, Berlin, 1998.

---

2) Zu beziehen bei: CECM, ECCS, EKS, Avenue des Ombrages 32/36, Bte 20, B-1200 Brüssel (Belgien)