

DIN ISO 3408-4

DIN

ICS 25.060.99

**Kugelgewindetriebe –
Teil 4: Statische axiale Steifigkeit (ISO 3408-4:2006)**

Ball screws –
Part 4: Static axial rigidity (ISO 3408-4:2006)

Vis à billes –
Partie 4: Rigidité axiale statique (ISO 3408-4:2006)

Gesamtumfang 20 Seiten

Normenausschuss Werkzeugmaschinen (NWM) im DIN



Inhalt

	Seite
Nationales Vorwort	3
Nationaler Anhang NA (informativ) Literaturhinweise.....	3
1 Anwendungsbereich	4
2 Normative Verweisungen.....	4
3 Begriffe	4
4 Symbole und Indizes	4
4.1 Symbole	4
4.2 Indizes.....	5
5 Bestimmung der statischen axialen Steifigkeit, R	6
5.1 Allgemein.....	6
5.2 Statische axiale Steifigkeit, R	8
5.3 Statische axiale Steifigkeit des Kugelgewindetriebes, R_{bs}	8
5.4 Statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindespindel, R_s	8
5.4.1 Allgemein	8
5.4.2 Einseitige Festlagerung der Kugelgewindespindel	8
5.4.3 Beidseitige Festlagerung der Kugelgewindespindel	9
5.5 Statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindemutter, R_{nu}	9
5.5.1 Statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindemutter mit axialem Spiel, R_{nu1}	9
5.5.2 Statische axiale Steifigkeit der symmetrisch vorgespannten Kugelgewindemutter, $R_{nu2,4}$	13
5.5.3 Korrekturfaktor für Genauigkeitsklassen, f_{ar}	15
Anhang A (informativ) Berechnungsbeispiel der statischen axialen Steifigkeit eines Kugelgewindetriebes mit symmetrisch vorgespannter Doppel-Kugelgewindemutter	17
A.1 Gegeben.....	17
A.2 Darstellung der statischen axialen Steifigkeit der Kugelgewindespindel	17
A.3 Statische axiale Steifigkeit der Gewindespindel und des Mutternkörpers, $R_{n/s}$ unter der resultierenden radialen Last	18
A.4 Berechnung der axialen Verformung $\Delta'_{b/t,pr}$ bei Vorspannung	18
A.5 Statische axiale Steifigkeit $R_{nu,ar}$ des Kugelgewindespindel-/Kugelgewinde-mutter- Systems im Bereich der belasteten Kugelgewindemuttereinheit.....	19
Anhang B (informativ) Korrekturfaktor für aufgebrauchte Belastung, f_{al}	20

Nationales Vorwort

ISO 3408-4 wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 39 „Machine tools“, Working Group 7 „Ball screws“ unter Mitwirkung deutscher Fachleute des Normenausschusses Werkzeugmaschinen (NWM) im DIN erstellt.

Die ISO 3408 besteht unter dem Haupttitel *Ball screws* aus folgenden Teilen:

- *Part 1: Vocabulary and designation*
- *Part 2: Nominal diameters and nominal leads — Metric series*
- *Part 3: Acceptance conditions and acceptance tests*
- *Part 4: Static axial rigidity*
- *Part 5: Static and dynamic axial load ratings and operational life*

Die Anhänge A und B dieses Teils von ISO 3408 dienen nur der Information.

Für die im Abschnitt 2 zitierten Internationalen Normen wird im Folgenden auf die entsprechende Deutsche Norm hingewiesen:

ISO 3408-1 siehe DIN ISO 3408-1

Nationaler Anhang NA (informativ)

Literaturhinweise

DIN ISO 3408-1, *Kugelgewindetriebe — Teil 1: Begriffe und Bezeichnungssystem (ISO 3408-1:2006)*

Kugelgewindetriebe — Teil 4: Statische axiale Steifigkeit

1 Anwendungsbereich

Dieser Teil der ISO 3408 beschreibt die Terminologie und das Berechnungsverfahren für die Steifigkeit von Kugelgewindetrieben.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

ISO 3408-1:2006, *Ball screws — Part 1: Vocabulary and designation*

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokumentes gelten die Begriffe nach ISO 3408-1.

4 Symbole und Indizes

4.1 Symbole

Symbol	Beschreibung	Einheit
α	Kontaktwinkel zwischen Kugel und Laufbahn	Grad, °
ρ	reziproker Krümmungsradius	mm ⁻¹
τ	Hilfswert nach <i>Hertz</i> , Verhältnis der Druckellipsenachsen	–
φ	Steigungswinkel	Grad, °
Δl	elastische Verformung	µm
c_E	Materialkonstante	–
c_k	Geometriefaktor	N ^{-2/3} µm
d_{bo}	Bohrungsdurchmesser an der Kugelgewindespindel	mm
d_c	Durchmesser an dem die Kraft auf die Kugelgewindespindel wirkt	mm
D_c	Durchmesser an dem die Kraft auf die Kugelgewindemutter wirkt	mm
D_{pw}	Kugelmittendurchmesser	mm
D_w	Nennendurchmesser der Kugel	mm
D_1	Außendurchmesser der Kugelgewindemutter	mm
E	Elastizitätsmodul	N/mm ²
f_{ar}	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung von Fertigungstoleranzen (Steifigkeit)	–
f_{al}	Korrekturfaktor für aufgebrachte Belastung	–

Symbol	Beschreibung	Einheit
f_{rs}, f_{rn}	Schmiegung, Verhältnis des Kugellaufbahnradius der Kugelgewindespindel (f_{rs}) bzw. der Kugelgewindemutter (f_{rn}) zum Nenndurchmesser der Kugel	–
F	axiale Kraft, Belastung	N
i	Anzahl der tragenden Umläufe	–
k	Steifigkeitskennzahl	$\text{N}/\mu\text{m}^{3/2}$
l	Länge	mm
l_s	ungestützte Länge der Kugelgewindespindel	mm
m	<i>Poissonsche</i> Zahl (z. B. für Stahl: $m = 10/3$)	–
n	Drehzahl	min^{-1}
P_h	Steigung	mm
q	Zeitanteil	%
R	Steifigkeit	$\text{N}/\mu\text{m}$
s_a	Axialspiel	μm
Y	Hilfswert nach <i>Hertz</i> zur Berechnung der elliptischen Integrale 1. und 2. Ordnung	$\text{N}^{-2/3} \cdot \mu\text{m}^{4/3}$
z_1	Anzahl der tragenden Kugeln pro Umlauf	–
z_2	Anzahl der unbelasteten Kugeln im Kugelrückführsystem (nur für Systeme, bei denen die Kugeln nach einem Umlauf zurückgeführt werden)	–

4.2 Indizes

Symbol	Beschreibung
ar	Einfluss der Toleranzklassen
b	bezieht sich auf die Kugel
bs	bezieht sich auf den Kugelgewindetrieb
c	bezieht sich auf den Kugelmutterkörper/die Kugelgewindespindel
e	bezieht sich auf die äußere Belastung bzw. auf die sich daraus ergebende Verformung
lim	bezieht sich auf die Grenzlast bzw. auf die sich daraus ergebende Verformung (bei dieser Belastung geht bei vorgespannten Systemen der Kugelkontakt an den Laufbahnen der Kugelgewindespindel und der Kugelgewindemutter verloren)
m	bezieht sich auf die äquivalente Belastung bzw. äquivalente Drehzahl
N	bezieht sich auf die Normalkraft, die unter dem Kontaktwinkel zwischen Kugel und der Laufbahn an Kugelgewindespindel bzw. Kugelgewindemutter angreift
n	bezieht sich auf die Kugelgewindemutter
pr	bezieht sich auf die Vorspannung
s	bezieht sich auf die Kugelgewindespindel
b/t	bezieht sich auf den Bereich von Kugeln und Kugellaufbahnen
nu	bezieht sich auf den Kugelgewindetrieb innerhalb des belasteten Bereichs der Kugelgewindemutter
1	bezieht sich auf die Kugelgewindemutter 1
2	bezieht sich auf die Kugelgewindemutter 2

5 Bestimmung der statischen axialen Steifigkeit, R

5.1 Allgemein

Die statische axiale Steifigkeit von Kugelgewindetrieben hat maßgeblichen Einfluss auf die Positioniergenauigkeit einer Maschinenachse. Dabei ist die Steifigkeit abhängig von der Gestaltung, der Einspannung und der Lagerung des Gewindetriebes. Das unten beschriebene Berechnungsverfahren berücksichtigt nicht die Einflüsse der Lagerung.

Die statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindetriebe ist nicht linear. Für die Untersuchung der Steifigkeit kann man sich den Gewindetrieb als Kombination mehrerer linearer und nicht linearer Federelemente vorstellen. Deshalb gelten die angegebenen Werte der Steifigkeit nur für eine Belastungssituation. Die zu berechnende axiale Verformung wird verursacht durch:

- axiale Verformung der Kugelgewindespindel und des Kugelmutterkörpers;
- radiale Verformung der Kugelgewindespindel und des Kugelmutterkörpers;
- Verformungen der Kugeln und der Laufbahnen.

Die Berechnung der Verformung im Bereich Kugelberührungspunkte basiert auf der Theorie der Hertzschen Pressung unter folgenden Voraussetzungen:

- Das Material der sich berührenden Teile muss homogen und isotropisch sein;
- zusätzlich gilt das Hooksche Gesetz, es gibt z. B. keine plastische Verformung;
- an den Berührungspunkten tritt eine Normalkraft auf, z. B. bildet sich eine Flächenpressung.

Zusätzlich werden durch die Anwendung der vereinfachten Hertzschen Theorie für den Werkstoff der Kugelgewindespindel, der Kugelgewindemutter und der Kugeln, identische Elastizitätsmodule und Längenausdehnungskoeffizienten vorausgesetzt.

Bei der Berechnung der statischen axialen Steifigkeit ist es wichtig zwischen spielbehafteten und vorgespannten Kugelgewindemuttern zu unterscheiden.

Die Vorspannung kann auf verschiedene Weise erzeugt werden:

- a) **Einzel-Kugelgewindemutter mit kontinuierlichem Gewinde.** Vorspannung durch Kugeln in Übergröße, resultierend in einer 4-Punkt-Kugelberührung (siehe Bild 1).

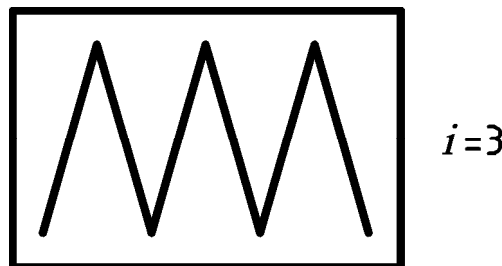


Bild 1

- b) **Einzel-Kugelgewindemutter mit versetztem Gewinde zwischen den vorgespannten Bereichen zur Erzielung einer 2-Punkt-Kugelberührung** (siehe Bild 2).

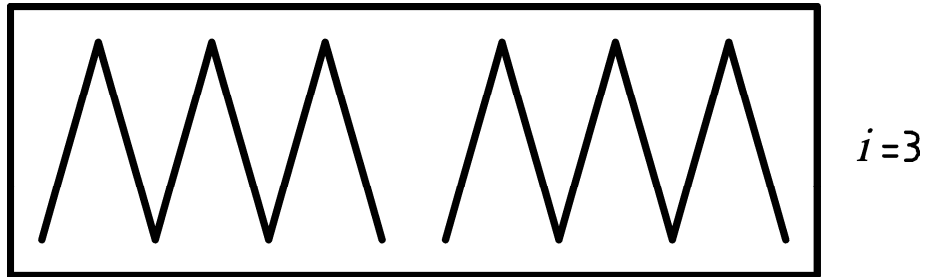


Bild 2

- c) **Einzel-Kugelgewindemutter mit zweigängigem Gewinde und versetzter Teilung** (2-Punkt-Kugelberührung) (siehe Bild 3).

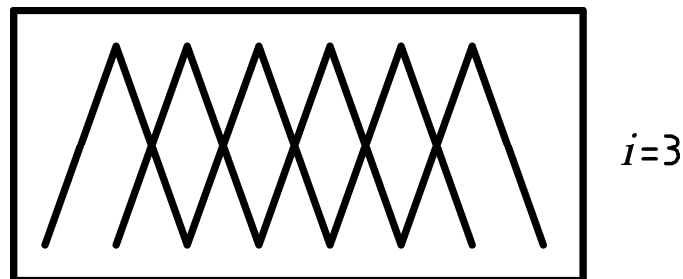


Bild 3

- d) **Doppel-Kugelgewindemutter, bestehend aus zwei einzelnen Kugelgewindemuttern, jede mit kontinuierlichem Gewinde**. Vorspannung durch axiale Verschiebung der zwei einzelnen Kugelgewindemuttern gegeneinander (siehe Bild 4).

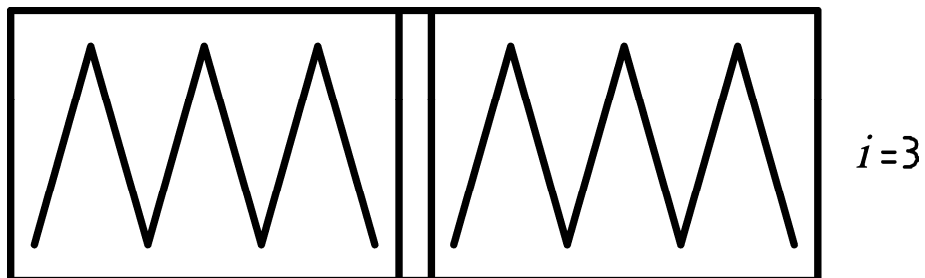


Bild 4

Die in dieser Norm beschriebene Berechnung der Steifigkeit kann für alle hier beschriebenen Vorspannmethoden angewandt werden.

Da es sehr zeitaufwendig — und auch im praktischen Gebrauch unbequem — ist, die genaue axiale Verformung anhand der entsprechenden Formeln zu berechnen, wird im Folgenden eine hinreichende, vereinfachte Berechnungsmethode beschrieben.

5.2 Statische axiale Steifigkeit, R

Die statische axiale Steifigkeit R bildet den Widerstand gegen Verformung und ergibt sich aus der Kraft ΔF in Newton, die eine axiale Verformung Δl von 1 μm verursacht:

$$R = \frac{\Delta F}{\Delta l} \tag{1}$$

5.3 Statische axiale Steifigkeit des Kugelgewindetriebes, R_{bs}

Die Gesamtsteifigkeit R_{bs} ergibt sich aus der Addition der reziproken Steifigkeitswerte der Einzelelemente:

$$\frac{1}{R_{bs}} = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_{nu,ar}} \tag{2}$$

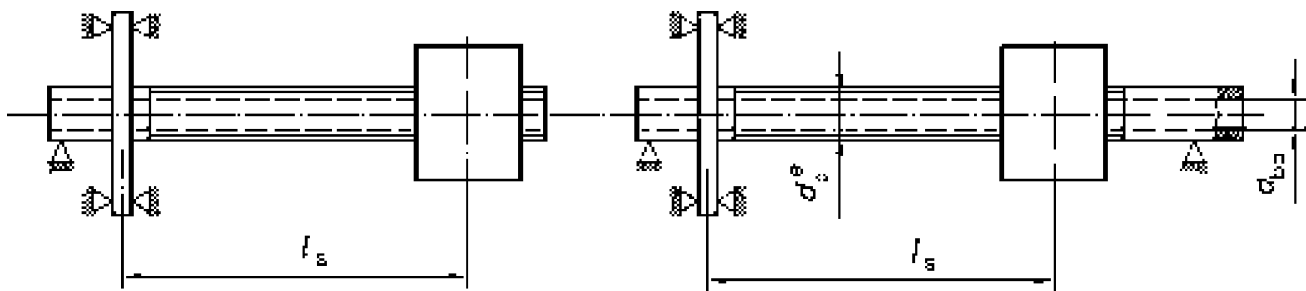
5.4 Statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindespindel, R_s

5.4.1 Allgemein

Die statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindespindel ergibt sich aus der durch die axiale Kraft ΔF verursachten elastischen Verformung Δl_s und ist abhängig von der Lageranordnung.

5.4.2 Einseitige Festlagerung der Kugelgewindespindel

(siehe Bild 5)



a siehe Gleichung (4)

Bild 5

Dabei ist die Steifigkeit

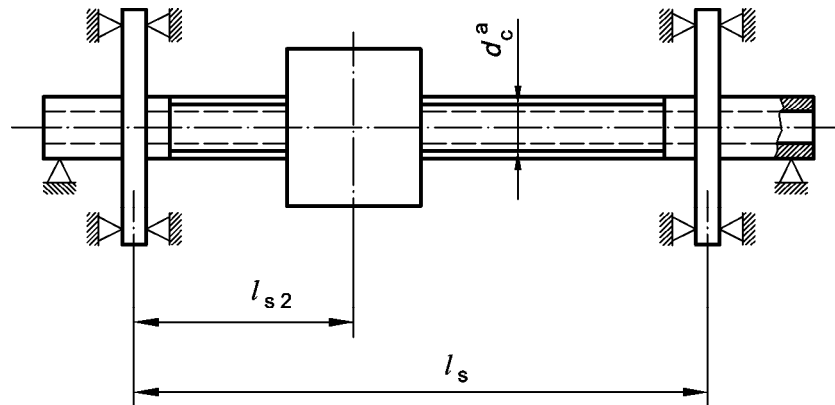
$$R_{s1} = \frac{\pi \cdot (d_c^2 - d_{bo}^2) \cdot E}{4 \cdot l_s \cdot 10^3} \tag{3}$$

Bei nicht durchbohrter Kugelgewindespindel $d_{bo} = 0$

$$d_c = D_{pw} - D_w \cdot \cos\alpha \tag{4}$$

5.4.3 Beidseitige Festlagerung der Kugelgewindespindel

(siehe Bild 6)



a siehe Gleichung (4)

Bild 6

Dabei ist die Steifigkeit

$$R_{s2} = \frac{\pi \cdot (d_c^2 - d_{b0}^2) \cdot E}{4 \cdot l_{s2} \cdot 10^3} \cdot \frac{l_s}{l_s - l_{s2}} \quad (5)$$

Die minimale Steifigkeit tritt auf bei:

$$l_{s2} = \frac{l_s}{2}$$

und ergibt sich damit zu:

$$R_{s2,\min} = \frac{\pi \cdot (d_c^2 - d_{b0}^2) \cdot E}{l_s \cdot 10^3} \quad (6)$$

5.5 Statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindemutter, R_{nu}

5.5.1 Statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindemutter mit axialem Spiel, R_{nu1}

5.5.1.1 Statische axiale Steifigkeit des Kugelmutterkörpers und der Kugelgewindespindel unter radialer Last, $R_{n/s}$

Bestimmung von $R_{n/s}$:

$$R_{n/s} = \frac{\Delta F}{\Delta l_{n/s}} \quad (7)$$

$$\Delta l_{n/s} = \frac{\Delta F}{R_{n/s}} \quad (8)$$

Kugelmutterkörper: Zylindermantel durch „inneren Druck“ beaufschlagt (radiale Komponente der an Kugel angreifenden Normalkraft).

Kugelgewindespindel: Zylinder durch „äußeren Druck“ belastet (radiale Komponente der an der Kugel angreifenden Normalkraft).

Voraussetzung:

- Die Kugelgewindespindel ist entweder tieflochgebohrt oder ungebohrt.
- Die Kugelgewindespindel und die Kugelmutterkörper haben den gleichen Elastizitätsmodul und die gleiche Poissonsche Zahl.

Unter diesen Lastbedingungen ist die axiale Steifigkeit des Kugelmutterkörpers und der Kugelgewindespindel:

$$R_{n/s} = \frac{2 \cdot \pi \cdot i \cdot P_h \cdot E \cdot \tan^2 \alpha}{\left(\frac{D_1^2 + D_c^2}{D_1^2 - D_c^2} + \frac{d_c^2 + d_{bo}^2}{d_c^2 - d_{bo}^2} \right) \cdot 10^3} \quad (9)$$

Dabei ist

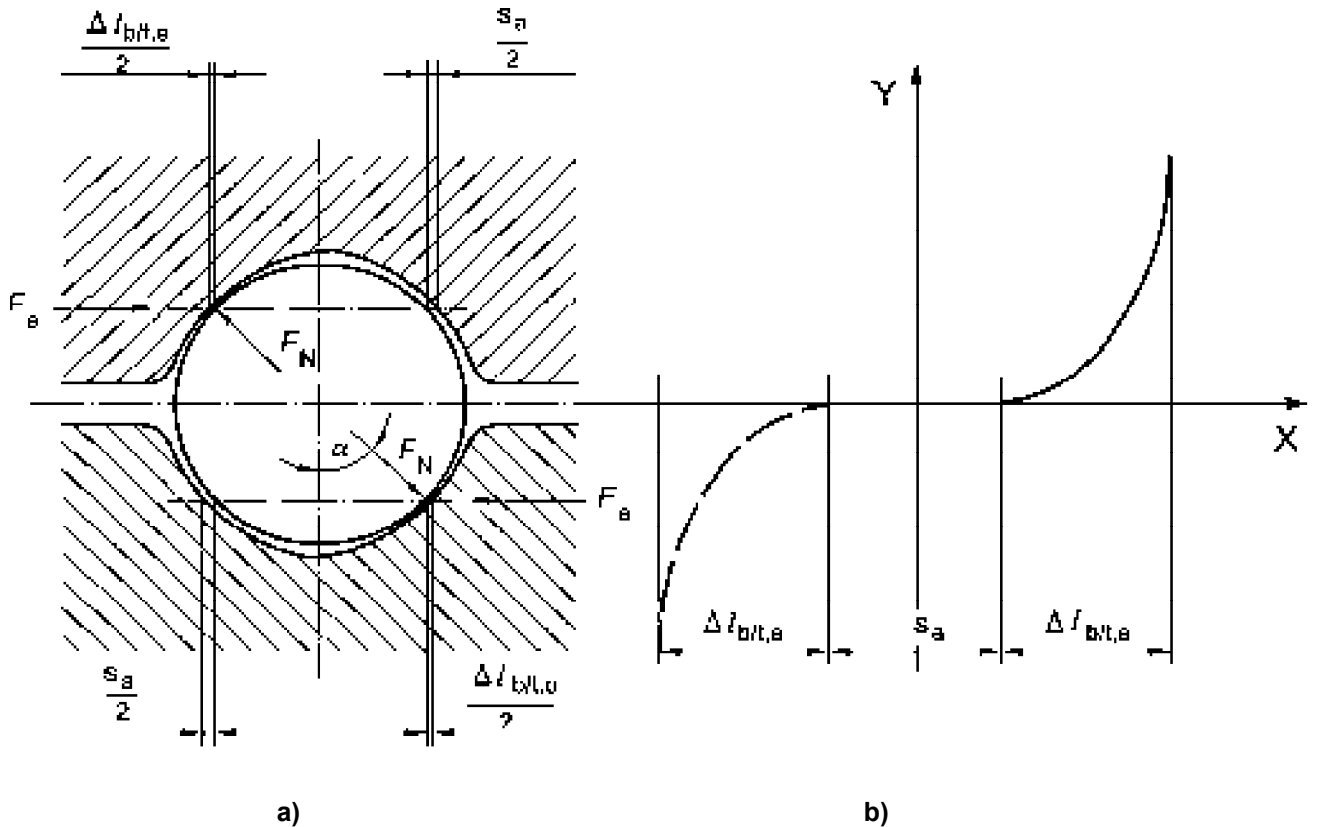
$$D_c = D_{pw} + D_w \cdot \cos \alpha \quad (10)$$

5.5.1.2 Statische axiale Steifigkeit im Kugel- und Laufbahnenbereich, $R_{b/t}$

Im Allgemeinen kann angenommen werden, dass Kugelgewindetriebe einen ausreichend großen Gewindequerschnitt haben. Deshalb wurde die Ausdehnung der Mutter in der Berechnung nicht berücksichtigt. Ebenso wurde nicht berücksichtigt:

- ungleichmäßige Lastverteilung auf Kugeln und Laufbahnen;
- Fertigungsungenauigkeiten;
- Änderungen des Kontaktwinkels.

Der relative Versatz zwischen Kugelgewindemutter und Kugelgewindespindel, der sich auf Grund des Axialspiels ergibt, wurde nicht berücksichtigt, da es sich nicht um eine elastische Verformung handelt (Bilder 7a und 7b).



Legende

- X axialer Versatz zwischen Kugelgewindemutter und Kugelgewindespindel
 Y äußere axiale Belastung, F_e

Bild 7

Die Verformung des Kugel- und Laufbahnbereiches ist abhängig von:

- der aufgebrachten Belastung;
- dem Nenndurchmesser;
- der Kugelgröße;
- der Anzahl der tragenden Kugeln;
- der Schmiegun;
- und dem Kontaktwinkel unter Belastung.

Aus folgender Näherungsgleichung ergibt sich mit hinreichender Genauigkeit die axiale Verformung im Kugel- und Laufbahnenbereich:

$$\Delta l_{b/t} = \frac{\Delta l_{sb/t} + \Delta l_{nb/t}}{\cos\varphi \cdot \sin\alpha} \quad (11)$$

Nach *Hertz* wird näherungsweise für die Kugelgewindespindel bzw. Kugelgewindemutter die Verformung im Laufbahnen- und Kugelnbereich ermittelt:

$$\Delta l_{s,nb/t} = Y_{s,n} \cdot c_E^2 \cdot \sqrt[3]{F_N^2 \cdot \sum \rho_{s,n}} \tag{12}$$

Wobei für den Spindellaufbahn- und Kugelkontakt gilt:

$$\sum \rho_s = \frac{4}{D_w} - \frac{1}{f_{rs} \cdot D_w} + \frac{2 \cdot \cos \alpha}{D_{pw} - D_w \cdot \cos \alpha} \tag{13}$$

und für den Mutterlaufbahn- und Kugelkontakt:

$$\sum \rho_n = \frac{4}{D_w} - \frac{1}{f_m \cdot D_w} - \frac{2 \cdot \cos \alpha}{D_{pw} + D_w \cdot \cos \alpha} \tag{14}$$

Die Hilfswerte $Y_{s,n}$ sind vom Verhältnis der großen zu der kleinen Halbachse der Kontaktellipse $\cos \tau$ abhängig. Sie ergeben sich unter Anwendung von $\sin \tau$ aus folgender Näherungsformel:

$$\begin{aligned} \sin \tau &= \sqrt{1 - \cos^2 \tau} \\ Y_{s,n} &= 1,282 \left\{ -0,154 (\sin \tau)^{1/4} + 1,348 (\sin \tau)^{1/2} - 0,194 \sin \tau \right\} \end{aligned} \tag{15}$$

$\cos \tau$ wird einzig durch die Abmessungen der Wälzkörper und den Kontaktflächen bestimmt und ergibt sich zu:

$$\cos \tau_s = \left| \frac{\frac{1}{f_{rs} \cdot D_w} - \frac{2 \cdot \cos \alpha}{D_{pw} - D_w \cdot \cos \alpha}}{\sum \rho_s} \right| \tag{16}$$

$$\cos \tau_n = \left| \frac{\frac{1}{f_m \cdot D_w} + \frac{2 \cdot \cos \alpha}{D_{pw} + D_w \cdot \cos \alpha}}{\sum \rho_n} \right| \tag{17}$$

$$c_{Es,n} = \sqrt[3]{11550 \frac{E_{0s,n} + E_{0b}}{E_{0s,n} \cdot E_{0b}}} \tag{18}$$

wobei

$$E_{0s,n,b} = \frac{E_{s,n,b}}{1 - \frac{1}{m_{s,n,b}^2}} \tag{19}$$

Bei Verwendung der üblichen Wälzlagerstähle gilt:

$$\begin{aligned} E_s &= E_n = E_b = 2,1 \cdot 10^5 \\ m_s &= m_n = m_b = 10/3 \\ E_{0s} &= E_{0n} = E_{0b} = E_0 \\ c_{Es} &= c_{En} = c_{Eb} \approx c_E = 0,4643 \end{aligned}$$

$$F_N = \frac{F}{i \cdot z_1 \cdot \cos\varphi \cdot \sin\alpha} \quad (20)$$

$$z_1 = \left(\frac{D_{pw} \cdot \pi}{\cos\varphi \cdot D_w} - z_2 \right)_{\text{integer}} \quad (21)$$

$$\varphi = \arctan \frac{R_h}{\pi \cdot D_{pw}} \quad (22)$$

Die Steifigkeitskennzahl k eines tragenden Umlaufs des Kugelgewindetriebes wird berechnet aus:

$$k = \frac{z_1 \cdot \sin^{5/2} \alpha \cdot \cos^{5/2} \varphi}{c_E^3 \cdot c_k^{3/2}} \quad (23)$$

und

$$c_k = Y_s \cdot \sqrt[3]{\sum \rho_s} + Y_n \cdot \sqrt[3]{\sum \rho_n} \quad (24)$$

Auf diese Weise kann die axiale Verformung, die sich auf Grund der Hertz'schen Pressung ergibt, für eine Einzelmutter berechnet werden:

$$\Delta l_{b/t} = \left(\frac{F}{k \cdot i} \right)^{2/3} \quad (25)$$

$$d(\Delta l_{b/t}) = \frac{2}{3} \cdot F^{-1/3} \cdot \left(\frac{1}{(k \cdot i)^{2/3}} \right) \cdot dF \quad (26)$$

Die statische axiale Steifigkeit im Kugeln- und Laufbahnenbereich $R_{b/t}$ ist bei einer axialen Belastung F :

$$R_{b/t} = \frac{dF}{d(\Delta l_{b/t})} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{F_e \cdot (i \cdot k)^2} \quad (27)$$

Diese Beziehung offenbart die Abhängigkeit der Federsteifigkeit von der Last. Die Systemsteifigkeit kann durch Erhöhung der auf den Kugelgewindetrieb wirkenden axialen Kraft erhöht werden, z. B. durch eine Vorspannkraft F_{pr} .

5.5.1.3 Statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindemutter mit Spiel, R_{nu1}

$$\frac{1}{R_{nu1}} = \frac{1}{R_{b/t}} + \frac{1}{R_{n/s}} \quad (28)$$

5.5.2 Statische axiale Steifigkeit der symmetrisch vorgespannten Kugelgewindemutter, $R_{nu2,4}$

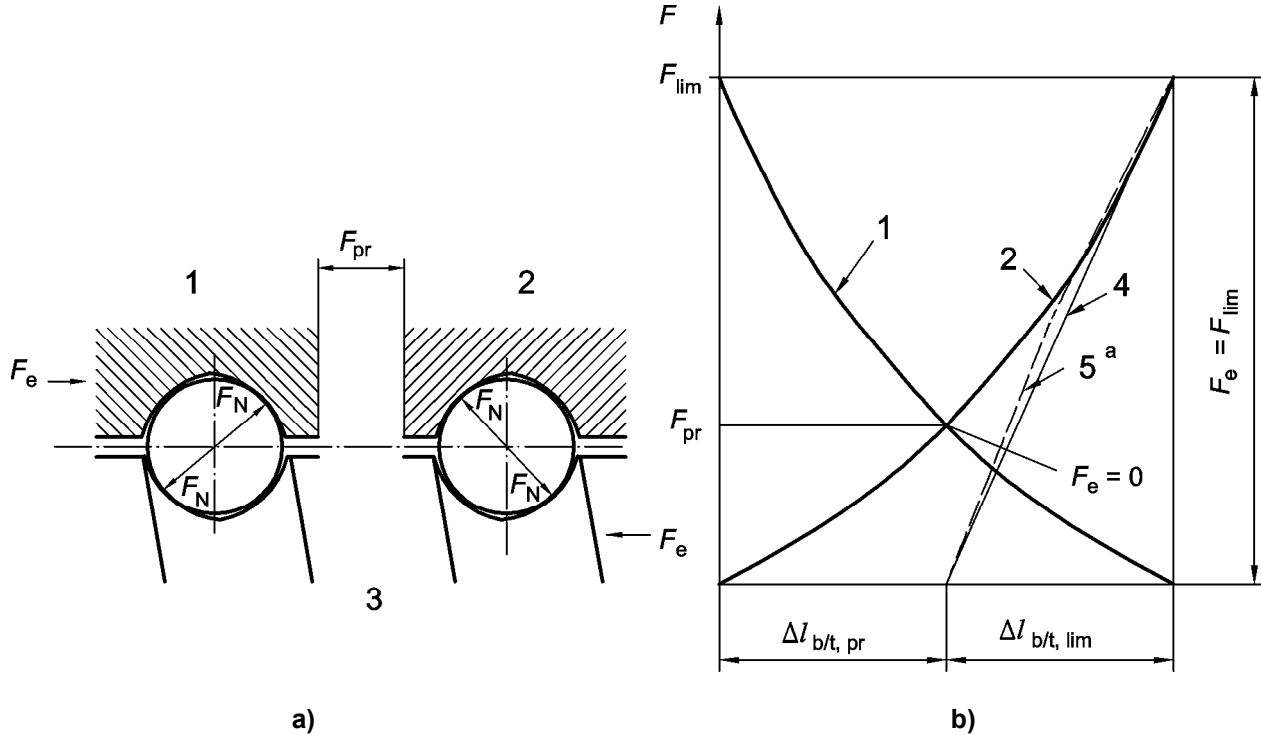
5.5.2.1 Statische axiale Steifigkeit des Kugelmutterkörpers und der Kugelgewindespindel unter Vorspannung, $R_{n/s,pr}$

Da sich beide Mutterkörper wie vorgespannte Ringe verhalten, ist die Steifigkeit $R_{n/s,pr}$ einer vorgespannten Mutter doppelt so hoch wie die einer spielbehafteten Einzelmutter:

$$R_{n/s,pr} = 2 \cdot R_{n/s} \quad (29)$$

5.5.2.2 Statische axiale Steifigkeit im Bereich der Kugel und Kugellaufbahn unter Vorspannung, $R_{b/t,pr}$ (siehe Bild 8)

Durch das Verspannen eines Muttersystems wird das Axialspiel und die relativ große Kugeln- und Laufbahnenverformung, die bei geringer Last auftritt, eliminiert. Eine Erhöhung der Steifigkeit im Kugel- und Laufbahnbereich ist die Folge.



Legende

- 1 Kugelgewindemutter 1
- 2 Kugelgewindemutter 2
- 3 Kugelgewindespindel
- 4 Näherungsgerade
- 5 tatsächlicher Verlauf

^a Tatsächlicher Verlauf der axialen Verformung der vorgespannten Kugelgewindemutter bei einer zusätzlichen äußeren Belastung zwischen $F_c = 0$ und $F_c = F_{lim}$. Die maximale Abweichung zwischen 4 und 5 ist ca. 6 %.

Bild 8

Die Größe der Vorspannkraft ist sorgfältig zu ermitteln, da eine übermäßig große Vorspannkraft die Lebensdauer reduziert.

Die folgende Gleichung soll einen Anhaltswert für symmetrisch vorgespannte Kugelgewindemuttern geben:

$$F_{pr} = \frac{F_m}{2^{3/2}} \tag{30}$$

Die äquivalente Belastung F_m ergibt sich aus der folgenden Gleichung

$$F_m = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^n F_{ei}^3 \cdot \frac{n_i}{n_m} \cdot q_i} \tag{31}$$

Die axiale Verformung im Kugeln- und Laufbahnbereich, die sich auf Grund der Vorspannung eines symmetrisch vorgespannten Muttersystems ergibt, wird entsprechend (25) berechnet:

$$\Delta l_{b/t,pr} = \left(\frac{F_{pr}}{k \cdot i} \right)^{2/3} \quad (32)$$

Für jede äußere Belastung $0 < F_e \leq F_{lim}$ wird die Steifigkeit $R_{b/t}$ im Kugeln- und Laufbahnbereich wie folgt berechnet:

— $\Delta l_{b/t,pr}$ wird für F_{pr} genauso bestimmt wie für Gleichung (32),

— da

$$\Delta l_{b/t,pr} = \Delta l_{b/t,lim}$$

und

$$F_{lim} = 2^{3/2} \cdot F_{pr} \quad (33)$$

— ergibt sich näherungsweise zu

$$R_{b/t} \approx \frac{F_{lim}}{\Delta l_{b/t,pr}} \quad (34)$$

$$R_{b/t} \approx 2^{3/2} \cdot \sqrt[3]{F_{pr} \cdot (k \cdot i)^2} \quad (35)$$

5.5.2.3 Einzel- oder Doppel-Kugelgewindemutter mit Vorspannung durch 2-Punkt-Kugelkontakt, R_{nu2}

Da sich beide Mutterkörper wie vorgespannte Ringe verhalten, ist die statische axiale Steifigkeit $R_{n/s}$ einer vorgespannten Doppelmutter doppelt so hoch wie die einer Einzelmutter: (siehe Gleichung 29).

$$\frac{1}{R_{nu2}} = \frac{1}{R_{b/t}} + \frac{1}{R_{n/s,pr}} \quad (36)$$

5.5.2.4 Einzel-Kugelgewindemutter mit Vorspannung durch 4-Punkt-Kugelkontakt, R_{nu4}

Die statische axiale Steifigkeit $R_{n/s}$ einer vorgespannten Kugelgewindemutter mit 4-Punkt-Kugelkontakt wird berechnet wie die Kugelgewindemutter mit 2-Punkt-Berührung.

$$\frac{1}{R_{nu4}} = \frac{1}{R_{b/t}} + \frac{1}{R_{n/s,pr}} \quad (37)$$

5.5.3 Korrekturfaktor für Genauigkeitsklassen, f_{ar}

Auf Grund von Fertigungstoleranzen ist mit Abweichungen der theoretisch berechneten Werte zu den tatsächlich erreichten zu rechnen.

Mit dem Korrekturfaktor werden folgende Einflüsse berücksichtigt:

— Fertigungsabweichungen an der Laufbahn (Wegschwankungen, Profil, Oberflächenrauigkeit, Kontaktwinkel, Durchmesser)

Siehe Tabelle 1.

Tabelle 1 — Korrekturfaktor für Genauigkeitsklassen, f_{ar} (Referenzdaten)

Standard Toleranzklasse	0 und 1	3	5
Faktor f_{ar}	0,6	0,55	0,5

Die statische axiale Steifigkeit eines Kugelgewindetriebes mit dem zugehörigen Korrekturfaktor ergibt sich zu:

$$R_{nu,ar} = f_{ar} \cdot R_{nu} \quad (38)$$

Anhang A (informativ)

Berechnungsbeispiel der statischen axialen Steifigkeit eines Kugelgewindetriebes mit symmetrisch vorgespannter Doppel- Kugelgewindemutter

A.1 Gegeben

Kugelmittendurchmesser	D_{pw}	= 63,5 mm
Steigung	P_h	= 5 mm
Kugeldurchmesser	D_w	= 3,5 mm
Anzahl der tragenden Umläufe	i	= 5
Anzahl der Kugeln im Umlenksystem	z_2	= 3
Schmiegung von Kugelgewindespindel und Kugelgewindemutter	f_{rs}, f_{rn}	= 0,55
Kontaktwinkel	α	= 45 °
Außendurchmesser der Kugelgewindemutter	D_1	= 75 mm
Äquivalente Belastung	F_m	= 8 000 N
Vorspannkraft	F_{pr}	= 4 000 N
Ungestützte Länge der Kugelgewindespindel	l_s	= 1 000 mm
Elastizitätsmodul	E	= 2,1 · 10 ⁵ N/mm ²
Toleranzklasse		= 3

Aufbau der Kugelgewindespindel nach Bild 2.

A.2 Darstellung der statischen axialen Steifigkeit der Kugelgewindespindel

Gegeben: Eine an beiden Enden fest eingespannte Kugelgewindespindel mit der Länge $l_s = 1\,000$ mm

$$d_c = D_{pw} - D_w \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

$$d_c = 63,5 - 3,5 \cdot \cos 45^\circ$$

$$d_c = 61,03 \text{ mm}$$

Nach Gleichung (6):

$$d_{b0} = 0$$

$$R_{s2min} = \frac{\pi \cdot 61^2 \cdot 210\,000}{1\,000 \cdot 10^3} = 2\,457 \text{ N}/\mu\text{m} \quad (6)$$

A.3 Statische axiale Steifigkeit der Gewindespindel und des Mutternkörpers, $R_{n/s}$ unter der resultierenden radialen Last

Gegeben: Außendurchmesser der Kugelumlaufmutter, $D_1 = 75\text{mm}$, dann

$$D_c = 63,5 + 3,5 \cdot \cos 45^\circ = 65,98 \quad (10)$$

$$R_{n/s,pr} = 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 5 \cdot 210\,000 \cdot \tan^2 45^\circ}{\left(\frac{75^2 + 65,98^2}{75^2 - 65,98^2} + 1 \right) \cdot 10^3} \quad (9) + (29)$$

$$R_{n/s,pr} = 7\,458 \text{ N}/\mu\text{m}$$

A.4 Berechnung der axialen Verformung $\Delta l_{b/t,pr}$ bei Vorspannung

Geometriefaktoren

$$\sum p_s = \frac{4}{3,5} - \frac{1}{0,55 \cdot 3,5} + \frac{2 \cdot \cos 45^\circ}{63,5 - 3,5 \cdot \cos 45^\circ} = 0,646\,55 \quad (13)$$

$$\sum p_n = \frac{4}{3,5} - \frac{1}{0,55 \cdot 3,5} - \frac{2 \cdot \cos 45^\circ}{63,5 + 3,5 \cdot \cos 45^\circ} = 0,601\,94 \quad (14)$$

$$\cos \tau_s = \left| \frac{-\frac{1}{0,55 \cdot 3,5} - \frac{2 \cdot \cos 45^\circ}{63,5 - 3,5 \cdot \cos 45^\circ}}{0,646\,55} \right| \quad (16)$$

$$\cos \tau_s = |-0,839\,3| = 0,839\,3$$

$$\cos \tau_n = \left| \frac{-\frac{1}{0,55 \cdot 3,5} + \frac{2 \cdot \cos 45^\circ}{63,5 + 3,5 \cdot \cos 45^\circ}}{0,601\,94} \right| \quad (17)$$

$$\cos \tau_n = |-0,827\,4| = 0,827\,4$$

$$Y_s = 1,282 \cdot \left\{ 0,154 \cdot (0,543\,6)^{1/4} + 1,348 \cdot (0,543\,6)^{1/2} - 0,194 \cdot 0,543\,6 \right\} \quad (15)$$

$$Y_s = 0,969\,4$$

$$Y_n = 1,282 \cdot \left\{ -0,154 \cdot (0,5616)^{1/4} + 1,348 \cdot (0,5616)^{1/2} - 0,194 \cdot 0,5616 \right\} \quad (15)$$

$$Y_n = 0,9845$$

$$c_E = 0,4643$$

$$z_1 = \left(\frac{63,5 \cdot \pi}{\cos 1,4357^\circ \cdot 3,5} \right)_{\text{integer}} \quad (21)$$

$$z_1 = 54 \quad (\text{abgerundet})$$

$$\varphi = \arctan \frac{5}{\pi \cdot 63,5} \quad (22)$$

$$\varphi = 1,4357^\circ$$

$$c_k = 0,9694 \cdot \sqrt[3]{0,64655} + 0,9845 \cdot \sqrt[3]{0,60194} \quad (24)$$

$$c_k = 1,6695$$

$$k = \frac{54 \cdot \sin^{5/2} 45^\circ \cdot \cos^{5/2} 1,4357^\circ}{0,4643^3 \cdot 1,6695^{3/2}} \quad (23)$$

$$k = 105,07$$

Für $F_m < F_{lim}$ ($F_{lim} = 4000 \cdot 2^{3/2} = 11313 \text{ N}$)

$$R_{b/t} \approx 2^{3/2} \cdot \sqrt[3]{4000 \cdot (105,07 \cdot 5)^2} = 2923 \text{ N}/\mu\text{m} \quad (35)$$

A.5 Statische axiale Steifigkeit $R_{nu,ar}$ des Kugelgewindespindel-/Kugelgewindemutter-Systems im Bereich der belasteten Kugelgewindemuttereinheit

$$R_{nu,ar} = \frac{2923 \cdot 7458}{2923 + 7458} \cdot 0,55 = 1155 \text{ N}/\mu\text{m} \quad (36 + 38)$$

Gesamtsteifigkeit R_{bs} :

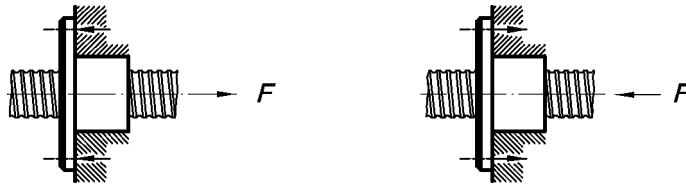
$$\frac{1}{R_{bs}} = \frac{1}{2457} + \frac{1}{1155} \quad (2)$$

$$\underline{\underline{R_{bs} = 785,7 \text{ N}/\mu\text{m}}}$$

Anhang B (informativ)

Korrekturfaktor für aufgebrauchte Belastung, f_{al}

Der Korrekturfaktor für aufgebrauchte Belastungen f_{al} , der in Tabelle B.1 angegeben ist, berücksichtigt verschiedene Belastungen wie in den Bildern B.1 a-b) und B.2 a-b) dargestellt.



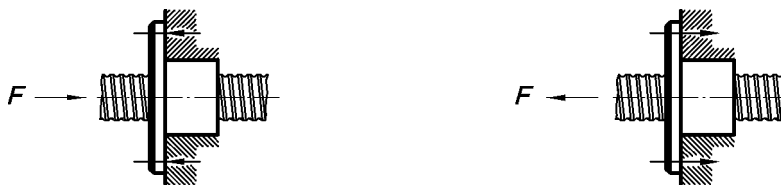
Kugelgewindespindel — Zugbelastung
Buchse der Kugelgewindemutter — Zugbelastung

a) T-T Belastungszustand

Kugelgewindespindel — Druckbelastung
Buchse der Kugelgewindemutter — Druckbelastung

b) C-C Belastungszustand

Bild B.1



Kugelgewindespindel — Druckbelastung
Buchse der Kugelgewindemutter — Zugbelastung

a) T-C Belastungszustand

Kugelgewindespindel — Zugbelastung
Buchse der Kugelgewindemutter — Druckbelastung

b) T-C Belastungszustand

Bild B.2

Tabelle B.1 — Korrekturfaktor für aufgebrauchte Belastung, f_{al} (Referenzdaten)

Belastung	T-T Belastung C-C Belastung	T-C Belastung
Faktor f_{al}	0,9	0,7

Der Korrekturfaktor für Genauigkeit wird auf die Werte nach Tabelle B.2 angepasst:

Tabelle B.2 — Angepasster Korrekturfaktor für Genauigkeit, f_{ar}' (Referenzdaten)

Standard Toleranzklasse	0 und 1	3	5
Faktor f_{ar}'	1,0	0,9	0,8

Die statische axiale Steifigkeit der Kugelgewindemuttereinheit mit eingebrachtem Korrekturfaktor ist dann:

$$R_{nu,ar} = f_{al} \cdot f_{ar}' \cdot R_{nu}$$